

УДК 536. 24

## К РАСЧЕТУ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУР И ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТЕ ТЕПЛООБМЕНА И ТЕМПЕРАТУРЕ СРЕДЫ

Горбунов А.Д., д.т.н., Уклеина С.В., Сорохманюк А.И.

Днепродзержинский Государственный Технический Университет,  
ул. Днепростроевская, 2, Днепродзержинск, 51918, Украина

За допомогою підстановки отримано досить просте аналітичне рішення задачі про квазістаціонарне температурне поле в тілах канонічної форми, коли коефіцієнт теплообміну і температура середовища є функцією часу. З отриманого як окремий випадок витікає рішення у разі постійності температури навколишнього середовища. Порівняння з чисельними рішеннями показали, що похибка визначення температурних полів не перевищує 6 % і її можна вважати цілком прийнятною для інженерних розрахунків. Наведено формули для розрахунку осевих термічних напруг.

С помощью подстановки получено достаточно простое аналитическое решение задачи о квазистационарном температурном поле в телах канонической формы, когда коэффициент теплообмена и температура среды являются функцией времени. Из полученного как частный случай вытекает решение в случае постоянства температуры окружающей среды. Сравнения с численными решениями показали, что погрешность определения температурных полей не превышает 6 % и ее можно считать вполне приемлемой для инженерных расчетов. Приведены формулы для расчета осевых термических напряжений.

With the help of substitution obtained fairly simple analytical solution for the quasi-stationary temperature field in the bodies of the canonical form when the heat transfer coefficient and the temperature of the environment is a function of time. From this it follows as a special case of the solution in the case of constant temperature environment. Comparisons with the exact solutions have shown that the error in determining temperature fields does not exceed 6 %, and it can be considered quite acceptable for engineering calculations. Formulas for calculating of the axial thermal stresses has been suggested.

Библ. 6, табл. 2, рис. 3.

**Ключевые слова:** нагрев, квазистационарные температурные поля, термические напряжения, аналитические решения, точные решения, функции времени.

### Анализ публикаций

Наиболее полно, по нашему мнению, задача о температурном поле решена в [1], но только для плоских тел и без расчета среднemasовой и центральной температур. Получим более детальное решение.

### Постановка задачи

Математическая постановка задачи симметричного нагрева тел простой геометрической формы от начальной температуры  $T_0$  до температуры среды  $T_c(\tau)$  имеет вид (см. рис. 1).

$$\frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{k-1}{X} \cdot \frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial X}, \quad (1)$$

$$\theta(X, 0) = \theta_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial X} \Big|_{X=0} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial X} \Big|_{X=1} = Bi(Fo) [\theta_c(Fo) - \theta_n(Fo)], \quad (4)$$

где  $\theta = T(x, \tau) / T_x$ ;  $\theta_0 = T_0 / T_x$ ;  $\theta_c = T_c(\tau) / T_x$ ;

$\theta_n(Fo) = \theta(1, Fo) = T_n / T_x$  – относительная температура на поверхности;  $T_x = T_{c.o.}$  – характерная или масштабная температура, например, в качестве  $T_x$  берут температуру среды в начальный момент времени;  $X = x/R_0$ ;  $R_0$  – характерный размер тела, м;  $Fo = a\tau/R_0^2$  – число Фурье;  $Bi = \alpha R_0/\lambda$  – число Био;  $k$  – фактор геометрической формы, равный 1, 2, 3 соответственно для пластины, цилиндра и шара.

### Решение задачи

Используя метод подстановки [2], упрощающей граничное условие (4), введем новую переменную  $U(X, Fo)$ , связанную с  $\theta(X, Fo)$  соотношением:

$$U(X, Fo) = \ln[\theta_c(Fo) - \theta(X, Fo)]. \quad (5)$$

Тогда, исходная система уравнений (1)–(4) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial U(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 U(X, Fo)}{\partial X^2} + \frac{k-1}{X} \cdot \frac{\partial U(X, Fo)}{\partial X} + \psi(X, Fo), \quad (6)$$

$$U(X, 0) = \ln[\theta_{c,0} - \theta_0] \equiv U_0, \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial U(X, Fo)}{\partial X} \right|_{X=0} = 0, \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial U(X, Fo)}{\partial X} \right|_{X=1} = -Bi(Fo). \quad (9)$$

Получили задачу теплопроводности с граничными условиями II рода и отрицательным тепловым потоком. Входящая в уравнение (6) величина:

$$\psi(X, Fo) = \left[ \frac{\partial U(X, Fo)}{\partial X} \right]^2 + \dot{\theta}_c(Fo) \cdot \exp(-U(X, Fo)) \quad (10)$$

может рассматриваться как внутренний источник (сток) тепла переменный по знаку и интенсивности.

Далее задачу будем решать методом последовательных приближений. Первое приближение получим, полагая в (6) функцию  $\psi_1(X, Fo) = 0$ . Тогда решение системы уравнений (6)–(9) в квазистационарной стадии нагрева, когда число Фурье  $Fo > 0,3$ , имеет вид:

$$U(X, Fo) = U_{cp}(Fo) + Bi(Fo) \cdot [g \cdot k - X^2]/2, \quad (11)$$

где среднемассовая температура  $U_{cp}(Fo) = U_0 - \tilde{Fo}$ ;

$\tilde{Fo} = k \int_0^{Fo} Bi(\eta) \cdot d\eta$ ; модифицированное число Фурье;

$$g = 1/(k + 2).$$

Окончательно, искомая температура, после потенцирования уравнения (5):

$$\theta(X, Fo) = \theta_c(Fo) - \exp[U(X, Fo)]. \quad (12)$$

Температуру в центре получим из (12) при  $X = 0$

$$\theta_{\Pi}(Fo) = \theta_c(Fo) - \exp[U_{\Pi}(Fo)], \quad (13)$$

на поверхности ( $X = 1$ )

$$\theta_{\Pi}(Fo) = \theta_c(Fo) - \exp[U_{\Pi}(Fo)] \quad (14)$$

и среднемассовую:

$$\theta_{cp}(Fo) = \theta_c(Fo) - \exp[U_{cp}(Fo)], \quad (15)$$

где  $U_{\Pi}(Fo) = U_{cp}(Fo) + g \cdot k \cdot Bi(Fo)/2$ ;

$$U_{\Pi}(Fo) = U_{cp}(Fo) - g \cdot Bi(Fo).$$

Второе приближение получим следующим образом. Дифференцируя уравнение (11) по координате  $X$ , будем иметь  $\frac{\partial U}{\partial X} = -Bi(Fo) \cdot X$ .

Второе приближение найдем при  $\psi_2(X, Fo) = Bi^2(Fo) \cdot X^2 \equiv Po(X, Fo)$ , где  $Po$  – критерий Померанцева.

Обобщая приведенные в [3] решения для пластины, цилиндра и шара в случае наличия внутренних источников тепла, запишем объединенное решение в квазистационарной стадии:

$$U(X, Fo) = U^B(X, Fo) + v(Fo), \quad (16)$$

где  $U^B(X, Fo)$  – температурное поле без (в отсутствии) источников тепла;  $v(Fo) = k \int_0^{Fo} \bar{Po}(\eta) d\eta$ ;

$$\bar{Po}(Fo) = k \int_0^1 X^{k-1} \cdot Po(X, Fo) dX \quad (17)$$

среднемассовое число Померанцева.

В нашем случае  $\bar{Po}(Fo) = g \cdot k \cdot Bi^2(Fo)$  и будут справедливы решения (12)–(15), в которых за новую среднюю температуру  $\tilde{U}_{cp}$  следует принимать сумму:

$$\tilde{U}_{cp}(Fo) = U_{cp}(Fo) + v(Fo). \quad (18)$$

Полагая в формуле (13)  $\theta_{\Pi}(Fo_1) = \theta_0 + \varepsilon_{\Pi}$ , где  $\varepsilon_{\Pi} = 5\% = 0,05$  можно трактовать как степень прогрева центральных точек тела, получим время инерционного периода:

$$\tilde{Fo}_1 = \frac{g}{2} + \frac{\varepsilon_{\Pi}(Fo_1)}{k \cdot Bi(Fo_1)}, \quad (19)$$

где  $\tilde{Fo} = \frac{1}{Bi(Fo)} \int_0^{Fo} Bi(\eta) d\eta$  – модифицированное

число Фурье, при постоянном числе Био оно превращается в обычное  $Fo$ ;

$\tilde{\varepsilon}_{\Pi} = \ln \frac{\theta_{c,0} - \theta_0}{\theta_c(Fo_1) - (\theta_0 + \varepsilon_{\Pi})}$ , в случае малых чисел  $Fo_1$  относительная температура среды  $\theta_c(Fo_1) \approx \theta_{c,0} = 1$ , с учетом разложения  $\ln(1+x) \approx x$ , можно показать, что  $\tilde{\varepsilon}_{\Pi} \geq \varepsilon_{\Pi}$ .

Уравнение (19) хорошо согласуется с форму-

лой:

$$\frac{1}{Q(Fo_1)} \int_0^{Fo_1} Q(\eta) d\eta = \frac{g}{2}, \quad (20)$$

полученной ранее в работе [4] при граничных условиях II рода.

Идентичность формул (19) и (20) лишней раз подтверждает известный тезис о том, что процесс конвективного нагрева тел при малых числах Био развивается как при граничных условиях II рода.

Кроме того, в [5] была получена формула для расчета времени инерционного периода  $Fo_1 = \varepsilon_n / (K \cdot Bi)$  в случае конвективного нагрева тел при умеренных числах Био и это выражение полностью совпадает со вторым слагаемым уравнения (19).

Проверку разработанной методики расчета проведем путем сопоставления с численным решением на ЭВМ [1] нагрева пластины ( $k = 1$ ) от начальной температуры  $\theta_0 = 0,15$  с нестационарным числом Био:

$$Bi(Fo) = Bi_0 \cdot e^{Fo} \quad (21)$$

и температурой среды, изменяющейся по линейному закону

$$\theta_c(Fo) = 1 + Pd \cdot Fo, \quad (22)$$

где  $Bi_0 = 0,5$  и  $Pd = 0,075$  – критерий Предводителя.

Подставляя (21) в (11) и (16), получим модифицированное число Фурье  $\tilde{Fo} = k \cdot Bi_0 \cdot (e^{Fo} - 1)$  и функцию  $v(Fo) = g \cdot k \cdot Bi_0^2 \cdot (e^{2 \cdot Fo} - 1) / 2$ .

Дадим пример расчета при времени  $Fo = 1$ . По формуле (21) число Био:  $Bi(1) = 0,5 \cdot e^1 = 1,359$ .

Температура среды:  $\theta_c(1) = 1 + 0,0751 = 1,075$ . По (7)  $U_0 = \ln(1 - \theta_0) = \ln(1 - 0,15) = -0,163$ .

Модифицированное число Фурье:  $\tilde{Fo} = k \cdot Bi_0 \cdot (e^{Fo} - 1) = 0,5(e^1 - 1) = 0,859$ .

Средняя температура по (11):  $U_{cp}(1) = U_0 - \tilde{Fo} = -0,163 - 0,859 = -1,022$ .  $U_n(1) = U_{cp}(1) - g \cdot Bi(1) = -1,022 - 1,359/3 = -1,475$ ;  $U_n(1) = U_{cp}(1) + g \cdot k \cdot Bi(1)/2 = -1,022 + 1,359/6 = -0,795$ .

Окончательно, температура на поверхности по (14) составит:  $\theta_n(1) = \theta_c(1) - \exp(U_n) = 1,075 - e^{-1,475} = 0,846$ . Температура в центре  $\theta_{ц}$  по уравнению (13):  $\theta_{ц}(1) = \theta_c(1) - \exp(U_{ц}) = 1,075 - e^{-0,795} = 0,623$ .

Расчет температур по второму приближению

(16).

$$v(1) = g \cdot k \cdot Bi_0^2 \cdot (e^{2 \cdot Fo} - 1) / 2 = 0,5^2(e^{2 \cdot 1} - 1) / 6 = 0,266; \\ \tilde{U}_{cp}(1) = U_{cp}(1) + v(1) = -1,022 + 0,266 = -0,756.$$

Температура на поверхности:

$$\theta_n(1) = \theta_c(1) - \exp(\tilde{U}_{cp}(1) - 1,359/3) = 1,075 - \exp(-0,756 - 1,359/3) = 0,766 \text{ и в центре: } \theta_{ц}(1) = \theta_c(1) - \exp(\tilde{U}_{cp}(1) + 1,359/6) = 1,075 - \exp(-0,756 + 1,359/6) = 0,486.$$

Рассчитаем время инерционного периода. В первом приближении примем  $Bi(Fo_1) \approx Bi_0 = 0,5$  и  $\theta_c(Fo_1) \approx 1$ . Тогда по уравнению (19) при  $\tilde{\varepsilon}_n =$

$$= \ln \frac{(1 - \theta_0)}{1 - \theta_0 - \varepsilon_n} = \ln \frac{0,85}{0,8} = 0,061;$$

$$Fo_1 = \frac{1}{6} + \frac{0,061}{0,5} = 0,288 \approx 0,29.$$

Во втором приближении:  $Bi(Fo_1) = 0,5 \cdot e^{0,29} = 0,668$ ; модифицированное число Фурье:

$$\tilde{Fo} = e^{-Fo} \int_0^{Fo} e^{\eta} \cdot d\eta = 1 - e^{-Fo}.$$

Тогда

$$Fo_1 = -\ln \left( 1 - \left( \frac{g}{2} + \frac{\tilde{\varepsilon}_n}{k \cdot Bi} \right) \right) = 0,298 \approx 0,3.$$

Результаты расчетов при других числах Фурье приведены в таблице 1, а на рисунке 2 – температурная диаграмма нагрева пластины от  $\theta_0 = 0,15$  при  $Bi(Fo) = Bi_0 \cdot e^{Fo}$  и  $\theta_c(Fo) = 1 + Pd \cdot Fo$ .

Из анализа кривых на рисунке 2 вытекает, что расчет по первому приближению (12) оказался выше точных (численных) значений, а по второму – практически совпал с точными для температуры поверхности и значительно понизил температуру в центре. В связи со сказанным, можно рекомендовать определять температуры в центральных точках тела как среднеарифметическое между первым и вторым приближением, то есть по следующей формуле:

$$\theta_{ц}(Fo) = \theta_c(Fo) - [\exp U_{cp}(Fo) + g \cdot k \cdot Bi(Fo) / 2 + v(Fo) / 2]. \quad (23)$$

Следует отметить, что если в полученных уравнениях (12)...(15) положить  $\theta_c(Fo) = 1$ , то из них как частный случай, вытекают решения [2] при постоянной температуре окружающей среды. Проведенные в [2] численные исследования температур по методу конечных разностей (МКР) показали, что погрешность расчетов по формулам (13) и (14) не превышает 6 % если ограничиться

умеренными числами Био  $Bi \leq 1,2$  для пластины и  $Bi \leq 1,5$  – шара.

В таблице 2 приведены точные значения температур поверхности  $\theta_{\text{п}}$  и центра  $\theta_{\text{ц}}$ , полученные МКР, а также результаты расчетов по уравнени-

ям (13), (14) и (16) в случае нагрева пластины ( $k = 1$ ) от начальной температуры  $\theta_0 = 0,336$  при  $\theta_c = 1$  и числе Био, изменяющемся по формуле:

$$Bi(Fo) = 1,2 - e^{-Fo}. \quad (24)$$

Табл. 1. Динамика изменения во времени температур поверхности  $\theta_{\text{п}}$  и центра  $\theta_{\text{ц}}$  пластины, рассчитанная по различным методикам

| Число Фурье $Fo$ | $\theta_{\text{п}}$ |               |                         | $\theta_{\text{ц}}$ |               |                         |
|------------------|---------------------|---------------|-------------------------|---------------------|---------------|-------------------------|
|                  | ЭВМ [1]             | Согласно (14) | Второе приближение (16) | ЭВМ [1]             | Согласно (13) | Второе приближение (16) |
| 0                | 0,15                | 0,2805        | 0,2805                  | 0,15                | 0,0761        | 0,0761                  |
| 0,4              | 0,4823              | 0,5116        | 0,4845                  | 0,2854              | 0,2773        | 0,2379                  |
| 0,5              | 0,5358              | 0,5706        | 0,5360                  | 0,3326              | 0,3325        | 0,2801                  |
| 0,6              | 0,5781              | 0,6291        | 0,5869                  | 0,3666              | 0,3891        | 0,3225                  |
| 0,7              | 0,6275              | 0,6865        | 0,6368                  | 0,4122              | 0,4469        | 0,3647                  |
| 0,8              | 0,6693              | 0,7422        | 0,6853                  | 0,4482              | 0,5056        | 0,4063                  |
| 0,9              | 0,7158              | 0,7956        | 0,7319                  | 0,4987              | 0,5646        | 0,4468                  |
| 1,0              | 0,7551              | 0,8462        | 0,7764                  | 0,5266              | 0,6235        | 0,4858                  |
| 1,1              | 0,8123              | 0,8934        | 0,8183                  | 0,6075              | 0,6817        | 0,5225                  |
| 1,2              | 0,8487              | 0,9368        | 0,8574                  | 0,6461              | 0,7386        | 0,5565                  |
| 1,3              | 0,8864              | 0,9761        | 0,8935                  | 0,6933              | 0,7937        | 0,5869                  |
| 1,4              | 0,9224              | 1,0111        | 0,9264                  | 0,7422              | 0,8463        | 0,6127                  |
| 1,5              | 0,9556              | 1,0419        | 0,9561                  | 0,7701              | 0,8959        | 0,6328                  |
| 1,6              | 0,9803              | 1,0684        | 0,9825                  | 0,7947              | 0,9421        | 0,6456                  |
| 1,7              | 0,9998              | 1,0911        | 1,0057                  | 0,8201              | 0,9843        | 0,6487                  |

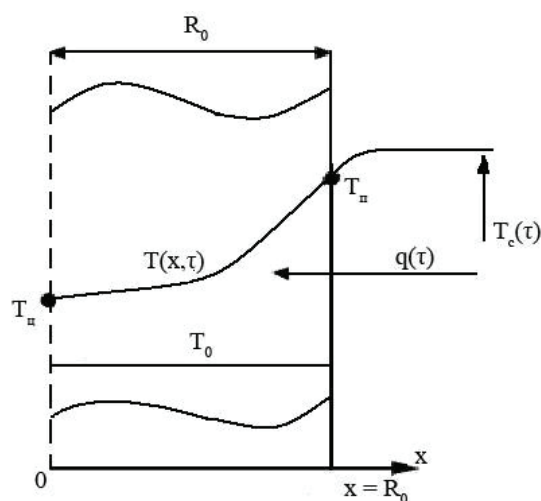


Рис. 1. К постановке задачи теплопроводности.

Модифицированное число Био в случае изменения числа Био по уравнению (24):

$$\tilde{Fo} = k \int_0^{Fo} Bi(\eta) d\eta = 1,2 \cdot Fo - (1 - e^{-Fo}),$$

а функция

$$\begin{aligned} v(Fo) &= g \cdot k \cdot \int_0^{Fo} Bi^2(\eta) d\eta = \\ &= g \cdot k \cdot \left[ 1,44 \cdot Fo - 2,4 \cdot (1 - e^{-Fo}) + (1 - e^{-2Fo})/2 \right]. \end{aligned}$$

Новая начальная температура

$$U_0 = \ln(1 - \theta_0) = \ln(1 - 0,366) = -0,409.$$

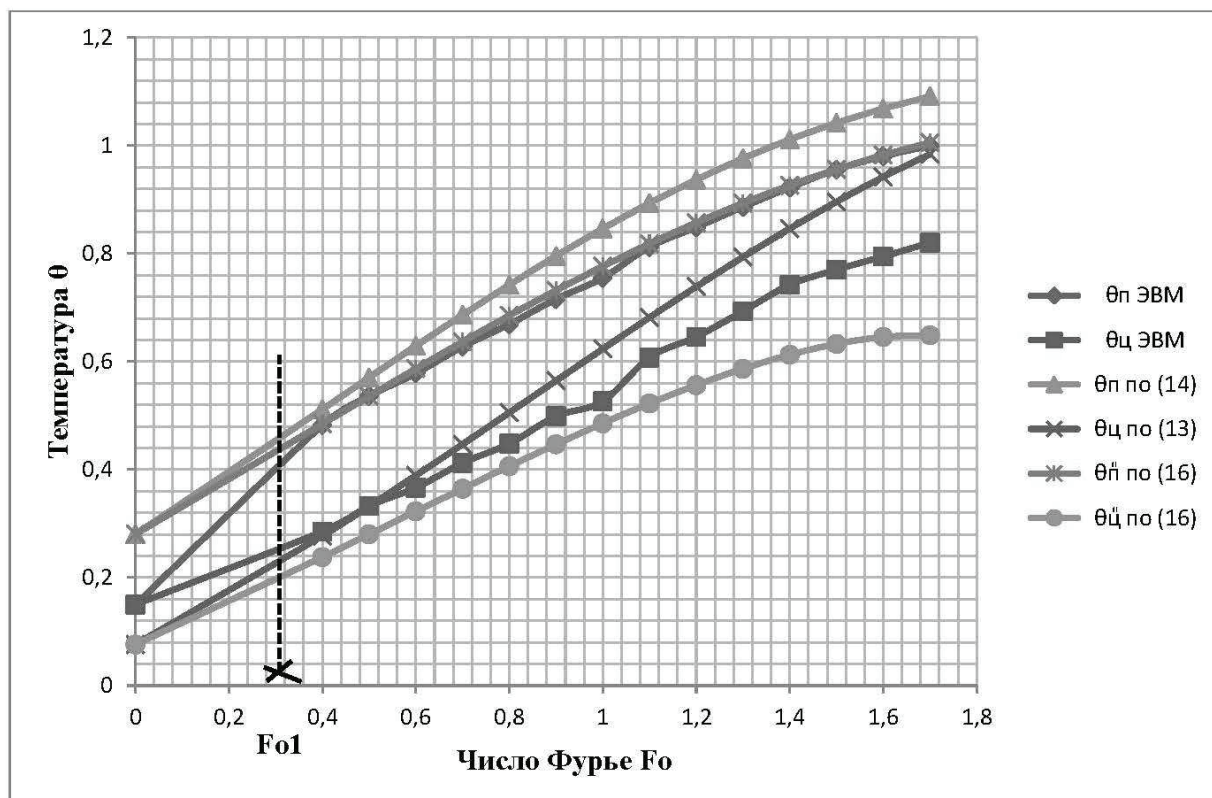


Рис. 2. Температурная диаграмма нагрева пластины при  $Bi(Fo) = Bi_0 \cdot e^{Fo}$  и  $\theta_c(Fo) = 1 + Pd \cdot Fo$ .

Время инерционного периода в первом приближении при  $Bi \approx Bi(0) = 0,2$  и новое  $\tilde{\varepsilon}_n = \ln[(1 - \theta_0 + \varepsilon_n)/(1 - \theta_0)] = \ln[(1 - 0,336 + 0,05)/(1 - 0,366)] = 0,0726$ .

Тогда, из уравнения (19)  $Fo_1 = 1/6 + 0,073/0,2 = 0,53$ . В табл. 2 и на рис. 3 приведены точные данные [2] и расчет температур по уравнениям (13), (14) и (16) при числе Био, изменяющимся по выражению (24).

Табл. 2. Динамика изменения во времени температур поверхности  $\theta_n$  и центра  $\theta_c$  пластины, рассчитанная по различным методикам при  $Bi(Fo) = 1,2 - e^{-Fo}$   $\theta_c = 1$

| Число<br>Фурье<br>$Fo$ | $\theta_n$ |                  |                               | $\theta_c$ |                  |                               |
|------------------------|------------|------------------|-------------------------------|------------|------------------|-------------------------------|
|                        | МКР [2]    | Согласно<br>(14) | Второе<br>приближение<br>(16) | МКР [2]    | Согласно<br>(13) | Второе<br>приближение<br>(16) |
| 0                      | 0,336      | 0,3788           | 0,3788                        | 0,336      | 0,3135           | 0,3135                        |
| 0,5                    | 0,5257     | 0,5568           | 0,5431                        | 0,4004     | 0,4037           | 0,3852                        |
| 1,0                    | 0,6777     | 0,7148           | 0,6790                        | 0,5379     | 0,5677           | 0,5134                        |
| 1,5                    | 0,7693     | 0,8277           | 0,7772                        | 0,6619     | 0,7191           | 0,6368                        |
| 2,0                    | 0,8473     | 0,8997           | 0,8455                        | 0,7703     | 0,8292           | 0,7370                        |
| 2,5                    | 0,8834     | 0,9430           | 0,8928                        | 0,8333     | 0,9003           | 0,8125                        |
| 3,0                    | 0,9210     | 0,9680           | 0,9255                        | 0,8781     | 0,9432           | 0,8675                        |
| 3,5                    | 0,9465     | 0,9822           | 0,9481                        | 0,9172     | 0,9681           | 0,9069                        |
| 4,0                    | 0,9640     | 0,9902           | 0,9639                        | 0,9441     | 0,9822           | 0,9348                        |

Из анализа данных табл. 2 следует, что расчет по второму приближению (16) значительно уменьшает его погрешность.

При известном температурном поле (12)–(15), следуя методике [6], можно записать осевые относительные термические напряжения в любой точке тела:

$$\tilde{\sigma}(X, Fo) = \theta_{cp}(Fo) - \theta(X, Fo), \quad (25)$$

на поверхности ( $X=1$ ):

$$\tilde{\sigma}_n(Fo) = \theta_{cp}(Fo) - \theta_n(X, Fo), \quad (26)$$

и в центральных точках ( $X=0$ ):

$$\tilde{\sigma}_c(Fo) = \theta_{cp}(Fo) - \theta_c(Fo), \quad (27)$$

где  $\sigma(x, \tau) = \sigma_0 \cdot \tilde{\sigma}$ ;  $\sigma_0 = \beta \cdot E \cdot T_x / (1 - \nu)$ ;  $\beta$  – коэффициент линейного расширения,  $1/K$ ;  $E$  – модуль упругости, Па;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

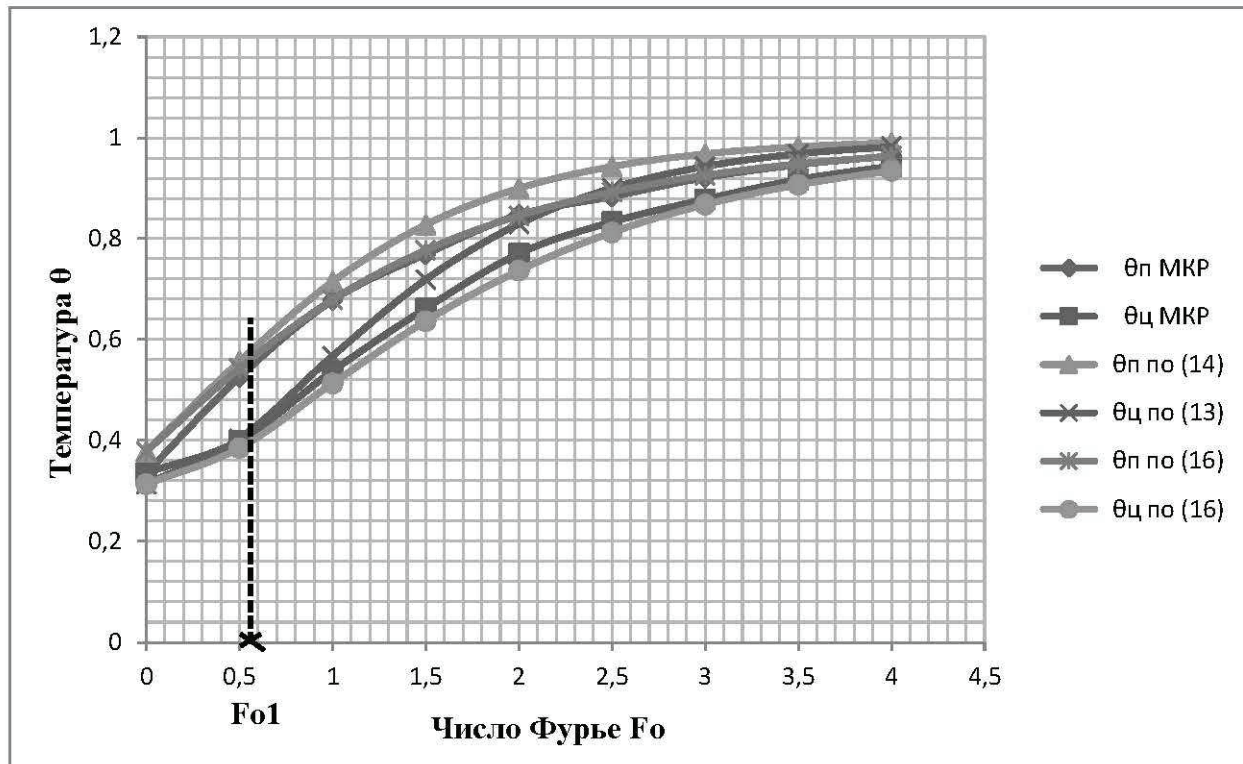


Рис. 3. Температурная диаграмма нагрева пластины при  $Bi(Fo) = 1,2 - e^{-Fo}$  и  $\theta_c(Fo) = 1$ .

### Выводы

1. С помощью подстановки, упрощающей правое граничное условие, получено достаточно простое аналитическое решение задачи о квазистационарном температурном поле в телах канонической формы, когда коэффициент теплообмена и температура среды являются функцией времени.
2. Из полученного как частный случай вытекает решение в случае постоянства температуры окружающей среды.
3. Сравнения с численными решениями показали, что погрешность определения температурных полей не превышает 6 % и ее можно считать

приемлемой для инженерных расчетов.

4. Приведены формулы для расчета осевых термических напряжений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Саломатов В.В., Гончаров Э.И. Температурное поле неограниченной пластины при переменных значениях коэффициента теплообмена и температуры внешней среды // ИФЖ. – 1968. – Т.14. – №4. – С.743–745.
2. Иванов В.В., Саломатов В.В. К расчету температурного поля в твердых телах при переменном коэффициенте теплообмена // ИФЖ. – 1965, Т. 9, №1. – С.83–85.

3. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
4. Горбунов А.Д., Уклеина С.В. Аналитический расчет температур и термических напряжений при граничных условиях II рода // НМетАУ, 2015. – Вып.6(21). – С.12–17.
5. Горбунов А.Д., Уклеина С.В. Расчет времени

- инерционного периода при граничных условиях III рода // Сб. ДГТУ, №1(26), 2015. – С. 149–155.
6. Горбунов А. Д. К аналитическому расчету термических напряжений при конвективном нагреве тел простой формы // Математическое моделирование. – Днепродзержинск: ДГТУ, 2012, № 1(26). – С.39–45.

# CALCULATION FIELDS OF TEMPERATURE AND THERMAL STRESS IF VARIABLE COEFFICIENTS HEAT AND TEMPERATURE PROTECTION

Gorbunov A.D., Ukleina S.V., Sorohmanyuk A.I.

*Dneprodzerzhinsk State Technical University, ul. Dneprostroevskaya, 2, 51918, Ukraine*

With the help of substitution obtained fairly simple analytical solution for the quasi-stationary temperature field in the bodies of the canonical form when the heat transfer coefficient and the temperature of the environment is a function of time. From this it follows as a special case of the solution in the case of constant temperature environment. Comparisons with the exact solutions have shown that the error in determining temperature fields does not exceed 6 %, and it can be considered quite acceptable for engineering calculations. The formulas for calculating the axial thermal stresses. References 6, tables 2, figures 3.

**Key words:** heating, quasi-stationary temperature field, thermal stress, analytical solutions, exact

solutions, a function of time.

1. Salomatov V.V., Goncharov E.I. Temperature field of an infinite plate with variable values of the coefficient of heat transfer and temperature of the environment // IFZh. – 1968. – T.14. – №4. – P.743–745.
2. Ivanov V.V., Salomatov V.V. The calculation of the temperature field in solids under variable heat transfer coefficient // Journal of Engineering Physics. – 1965, T. 9, №1. – S.83–85.
3. Lykov A.V. The theory of heat conduction. – M.: Higher School, 1967. – 600 p.
4. Gorbunov A.D., Ukleina S.V. Analytical calculation of temperature and thermal stresses in the boundary conditions of type II // NMetAU, 2015. – Vyp.6 (21). – P.12–17.
5. Gorbunov A.D., Ukleina S.V. The timing of the inertial period when the boundary condition III kind // Coll. DGTU, №1 (26), 2015. – P. 149–155.
6. Gorbunov A.D. To the analytical calculation of thermal stresses in the convective heating bodies of simple form // Mathematical modeling. – Dneprodzerzhinsk: DGTU, 2012, №1 (26). – P. 39–45.

*Получено 08.02.2016*

*Received 08.02.2016*