

УДК 536.2

ТЕМПЕРАТУРНА СТАБІЛІЗАЦІЯ МІКРОТЕЧІЙ

Тирінов А.І., доктор технічних наук

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. Желябова, 2а, Київ, 03680, Україна

<https://doi.org/10.31472/ttpe.1.2019.3>

Проведено чисельне моделювання розгінного потоку в плоскому, круглому та прямокутному мікроканалах методом ґрат Больцмана. Проаналізовано теплообмін на початковій ділянці в плоскому, круглому та прямокутному мікроканалах. Визначено вплив інтенсивності проковзування рідини на температурну стабілізацію потоку в мікроканалі.

Проведено численне моделювання розгонного течення в плоскому, круглому та прямокутному мікроканалах методом решіток Больцмана. Проаналізовано теплообмін на початковій ділянці в плоскому, круглому та прямокутному мікроканалах. Определено влияние интенсивности проскальзывания жидкости на температурную стабилизацию потока в микроканалах.

A numerical simulation of the start-up flow in a flat, round, and rectangular microchannels by a Lattice Boltzmann Method is performed. The heat transfer in the initial region in the flat, round and rectangular microchannels was analyzed. The influence of the slipping intensity of the fluid on the flow temperature stabilization in the microchannel is determined.

Бібл. 15, рис. 4.

Ключові слова: теплообмін, чисельне моделювання, мікроканал, метод ґрат Больцмана. f – функції розподілу частинок за напрямками ґрат; f_T – функції розподілу температури за напрямками ґрат; h – характерний розмір; L – довжина вільного пробігу; R_g – газова константа; t – час; v – поперечна компонента швидкості; T – температура; u – x -компонент швидкості; x, y – координати; γ – коефіцієнт в'язкого проковзування; ϵ – внутрішня енергія; λ – коефіцієнт гідравлічного опору; ρ – густина; τ – час гідродинамічної релаксації частинок; τ_T – час температурної релаксації частинок;**Критерії подібності:**

$$\text{Kn} = \frac{L}{h} \text{ – число Кнудсена;}$$

$$\text{Nu} = \frac{\alpha L}{k} \text{ – Число Нуссельта;}$$

$$\text{Pe} = \frac{UL}{a} \text{ – Число Пекле;}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a} \text{ – число Прандтля;}$$

$$\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{Pe}} \text{ – Число Стентона.}$$

Вступ

Починаючи з кінця 80-х років минулого століття суттєво розширюється область застосування мікромасштабних систем, у тому числі в медицині, фармакології, біології, теплоенергетиці, приладобудуванні, каталізі, тощо. Сучасним трендом розвитку є зменшення геометричних розмірів і маси чутливих та виконавчих елементів з метою створення теплофізичних мікроприладів з раніше недостижними характеристиками щодо чутливості, швидкодії та стабільності роботи. Необхідність вивчення процесів теплообміну в них зумовлена тим, що при переході до мікро- і нанорозмірів часто має місце зростання щільності теплових потоків і виникає необхідність відведення тепла протягом малих проміжків часу в неоднорідному середовищі: тверде тіло, рідина, газ, вакуум.

У звичайних умовах течії рідин і не занадто розріджених газів досить точно описуються методами механіки суцільного середовища. Однак у мікроканалах для діапазону чисел Кнудсена ($0.001 < \text{Kn} < 0.1$) течії мають свої особливості, наприклад відсутність «прилипання» середовища на стінці. Тобто, для моделювання таких систем можна використовувати рівняння Нав'є-Стокса, але необхідно використовувати граничні умови проковзування на стінках.

Вивченню потоків у мікроканалах на даний час приділяється досить серйозна увага.

Існують декілька моделей, що описують граничні умови проковзування. В [1] наведена модель проковзування, що базується на так-званій моделі ковзання Максвелла (Maxwell-slip model), а в [2] модель адсорбції на границі розділу рідкого середовища з твердою по-

верхню. В [3] для чисельного моделювання течії в мікроканалі використана модель ковзання Ленгмюра (Langmuir slip model).

У [4] представлено дослідження потоку рідини, що керується тиском, яке включає огляд пакетів CFD, загальних принципів динаміки рідини та простої моделі потоку в мікроканалах. Продемонстровано вплив капілярних сил на потік і застосовність теорії пограничного шару до потоку в мікроканалі.

Моделюванню поведінки потоку в мікроканалах з різкими кутовими вигинами присвячена робота [5]. Представлені результати аналізу мікроканалів з різними кутами згину, використовуючи метод кінцевих елементів.

В роботах [6,7] наведено результати вивчення конвективних мікротечій, у [8] – конвективних мікротечій в пористому середовищі, а у [9] – турбулентних мікротечій між плоскими паралельними пластинами.

Аналізу впливу ступеню проковзування середовища на гідродинаміку початкової ділянки течій у мікроканалах різної конфігурації присвячені публікації [10-12]. Визначено залежності параметрів ділянок гідродинамічної стабілізації від числа Кнудсена.

Проведений огляд літературних джерел свідчить про необхідність дослідження впливу ступеню проковзування середовища на температурну стабілізацію потоків у мікроканалах.

В даній роботі за допомогою методу ґрат Больцмана визначається вплив інтенсивності проковзування середовища на температурну стабілізацію потоку в мікроканалах різної конфігурації при стрибкоподібному зростанні швидкості на вході в мікроканал.

Метод ґрат Больцмана

Основна ідея методу ґрат Больцмана, що останнім часом широко використовується для моделювання мікро- та мезомасштабних систем, полягає в тому, що положення часток передбачається дискретним, тобто частка може займати положення тільки у вузлах заданих ґрат. Напрями руху часток також вважаються дискретними. Форма комірок ґрат може бути обрана довільно, але для декартових координат найбільш прийнятними є прямокутні ґрати. Найчастіше при двовимірному моделюванні використовують ґрати D2Q9 на дев'ять каналів руху, а при тривимірному – D3Q15 на п'ятнадцять каналів (рис. 1а та 1б відповідно).

Для течій у мікроканалах граничні умови проковзування на стінках описуються наступним виразом [13]:

$$u = \gamma L \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{\text{wall}}, \quad (1)$$

де y – поперечна координата, u – це поздовжня складова швидкості, а γ є коефіцієнтом в'язкого ковзання.

Метод ґрат Больцмана ґрунтується на дискретизації рівняння Больцмана в наближенні БГК (Bhatnagar-Gross-Krook), дискретну кінцево-різницевою форму якого можна представити наступним чином [14]

$$f(x_i + \Delta x_i, t + \Delta t) - f(x_i, t) = \frac{f^e - f}{\tau}$$

$$f_T(x_i + \Delta x_i, t + \Delta t) - f_T(x_i, t) = \frac{f_T^e - f_T}{\tau_T}, \quad (2)$$

де Δx_i , Δt – просторові та часові інтервали, відповідно, τ , τ_T – час гідродинамічної та температурної релаксації,

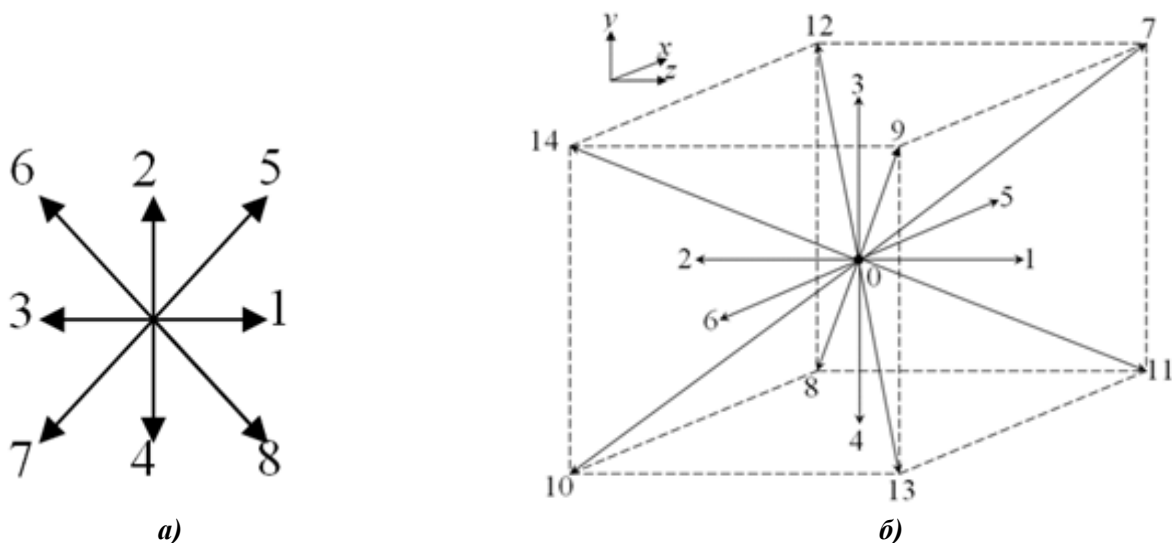


Рис. 1. Ґрати D2Q9 (а) та D3Q15 (б).

f, f_T – функції розподілу частинок та температури, f^e, f_T^e – рівноважні розподіли частинок, що відповідають розподілу Максвелла, $i = 1 \dots d$, а d – розмірність простору.

Для дискретних ґрат з напрямками швидкості j , вирази для обчислення макропараметрів мають наступну форму

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_j f_j, \\ \rho u &= \sum_j c_j f_j, \\ \rho \varepsilon &= \sum_j f_{T,j}, \end{aligned} \quad (3)$$

де

$$c = c_j = \sqrt{3R_g T}, \quad (4)$$

– молекулярна швидкість, R_g – газова константа, T – температура,

$$\varepsilon = \frac{3}{2} R_g T \quad (5)$$

є внутрішньою енергією.

Функція рівноважного розподілу частинок має вигляд

$$f_j^e = w_j \rho \left[1 + \frac{3(e_j \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(e_j \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right], \quad (6)$$

де для двовимірних ґрат D2Q9

$$w_j = \begin{cases} 4/9, & j = 0, \\ 1/9, & j = 1,2,3,4, \\ 1/36, & j = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (7)$$

та

$$e_j = \begin{cases} (0,0), & j = 0, \\ (1,0)c, (0,1)c, (-1,0)c, (0,-1)c, & j = 1,2,3,4, \\ (1,1)c, (-1,1)c, (-1,-1)c, (1,-1)c, & j = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (8)$$

а для тривимірних ґрат D3Q15

$$w_j = \begin{cases} 2/9, & j = 0, \\ 1/9, & j = 1,2,\dots,6, \\ 1/72, & j = 7,8,\dots,14. \end{cases} \quad (9)$$

та

$$e_j = \begin{cases} (0,0,0), \\ (\pm 1,0,0)c, (0,\pm 1,0)c, (0,0,\pm 1)c, \\ (\pm 1,\pm 1,\pm 1)c, (\pm 1,\pm 1,\mp 1)c, (\pm 1,\mp 1,\pm 1)c, (\mp 1,\pm 1,\pm 1)c, \end{cases} \\ j = 0, \\ j = 1,2,\dots,6, \\ j = 7,8,\dots,14. \quad (10)$$

Функція рівноважного розподілу для розрахунку температури [15]

$$f_{T,j}^e = \begin{cases} -\frac{\rho R T \mathbf{u}^2}{2c^2}, & j = 0 \\ \frac{\rho R T}{6} \left[1 + \frac{e_j \cdot \mathbf{u}}{c^2} + \frac{9(e_j \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right], & j = 1 \dots 6 \\ \frac{\rho R T}{48} \left[3 + \frac{7(e_j \cdot \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(e_j \cdot \mathbf{u})^2}{2c^4} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2c^2} \right], & j = 7 \dots 14 \end{cases} \quad (11)$$

Вирази для часу релаксації частинок та енергії можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \tau &= \text{Kn} N_n + \frac{1}{2}, \\ \tau_T &= \frac{\text{Kn}}{\text{Pr}} N_n + \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (12)$$

де N_n – поперечна кількість комірок ґрат.

Результати моделювання

Плаский та круглий мікроканали

За результатами моделювання розгінної течії у пласкому та круглому мікроканалах [10] побудовані залежності нормованого числа Стентона St/St_∞ (числа Стентона St , нормованого значенням числа Стентона на сталій ділянці St_∞) від часу t для різних значень числа Кнудсена Kn (рис. 2).

Аналіз результатів свідчать, що зростання числа Кнудсена приводить до збільшення часу, необхідного для досягнення сталого профілю температур в пласкому каналі. Це можна пояснити впливом зростаючої швидкості проковзування на стінці каналу, що в свою чергу, зменшує вплив стінок на температуру середови-

ща в каналі. Відповідно, необхідний більший час для досягнення температурної стабілізації. Згідно отриманих результатів для плоского каналу час, необхідний для досягнення температурної стабілізації, більший за час гідродинамічної стабілізації на 14% при $Pr=0,7$. Для круглого мікроканалу характер впливу аналогічний.

Також визначено, що зростання початкового значення числа Стентона (при $\bar{t} = 0$) призводить до швидшої стабілізації теплообмінних процесів в мікроканалі.

Це зумовлено тим, що менший час потрібен для досягнення розподілу температур на ділянці сталого плину.

Розгінна течія в мікроканалі з прямокутним перерізом [11]

Залежності нормалізованого числа Стентона St/St_∞ від часу t для різних значень числа Кнудсена Kn для співвідношення сторін 0,5 та $Pr = 0,7$ наведено на рис. 3.

Наведені графіки свідчать, що зростання числа Кнудсена призводить до збільшення часу, необхідного

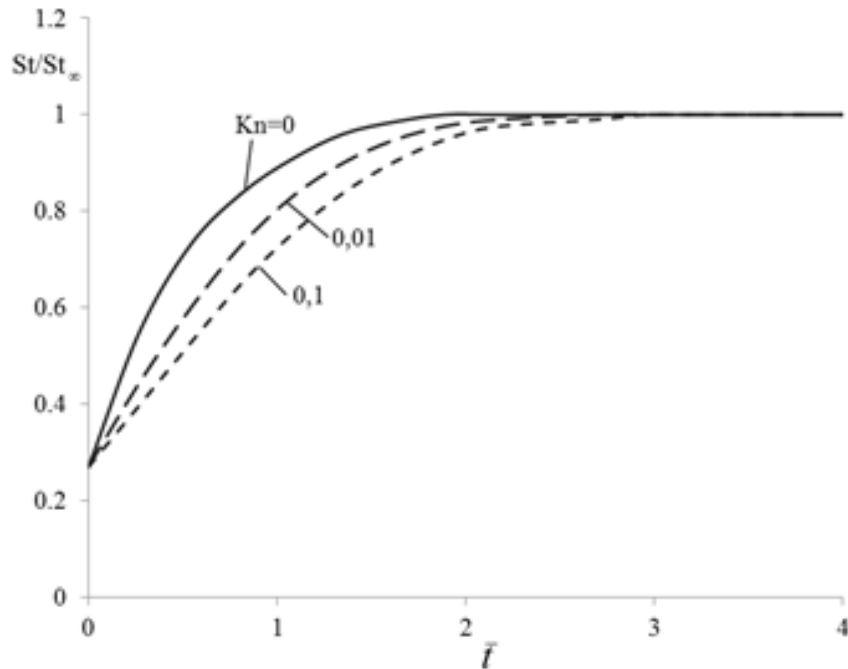


Рис. 2. Залежності відносного числа Стентона St/St_∞ від часу t в плоскому каналі для різних значень числа Кнудсена Kn при $Pr = 0,7$.

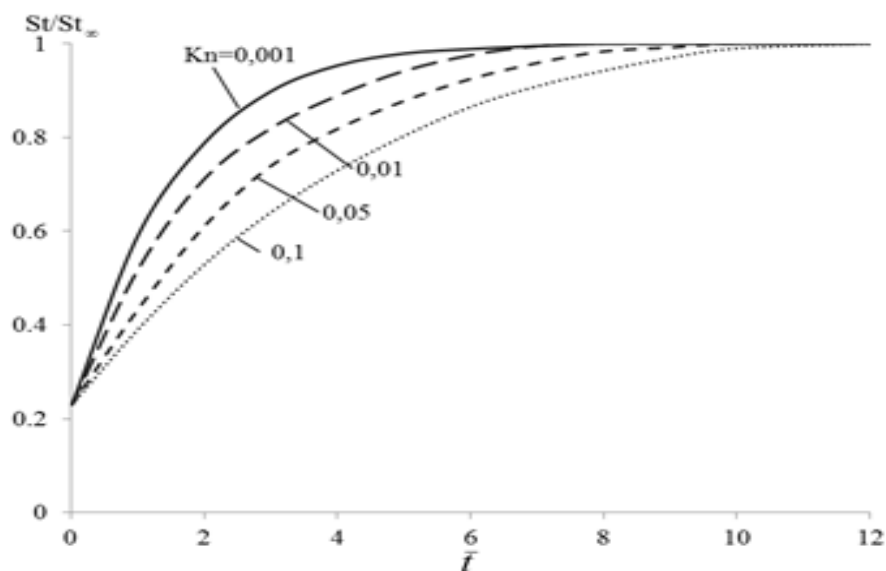


Рис. 3. Залежності нормалізованого числа Стентона, St/St_∞ від t для різних значень числа Кнудсена Kn .

для досягнення сталого профілю температур в прямокутному мікроканалі. Це можна пояснити впливом зростаючої швидкості проковзування на стінці каналу, що в свою чергу, зменшує вплив стінок на температуру середовища в каналі. Відповідно, необхідний більший час для досягнення температурної стабілізації. Згідно отриманих результатів для прямокутного каналу зі співвідношенням сторін 0,5 час, необхідний для досягнення температурної стабілізації, більший за час гідродинамічної стабілізації на 17%.

Також визначено, що наближення співвідношення між висотою та шириною мікроканалу до одиниці також призводить до збільшення часу, необхідного для температурної стабілізації в прямокутному каналі за рахунок зменшення впливу стінок на температуру середовища в мікроканалі.

Розгінна течія в криволінійному мікроканалі з прямокутним перерізом [12]

Було досліджено вплив числа Кнудсена та кривизни каналу cur на інтенсивність теплообміну в криволінійному мікроканалі з прямокутним перерізом. Визначено, що число Стентона для сталої ділянки можна описати наступним виразом

$$St_{\infty} = \lambda Pr^{-2/3}, \quad (13)$$

де вплив числа Кнудсена та кривизни враховується через коефіцієнт гідравлічного опору λ .

Також було виявлено, що інтенсивність теплообміну на увігнутій та опуклій стінках ведуть себе по різному – на увігнутій стінці теплообмін сильніший, а на опуклій слабший, ніж на пласкій стінці. Таким чином для сталої ділянки криволінійного мікроканалу справедливо наступне співвідношення

$$\frac{St_{\infty}}{St_0} = \left(1 + 6 \frac{Kn}{Pr}\right)^{-1} \left(1 \pm \frac{1}{12}(cur - 1)\right)^{-1}, \quad (14)$$

де St_0 – число Стентона для течії у прямолінійному каналі без проковзування на стінці. Причому, знак «+» використовується для увігнутої стінки, а «-» – для опуклої.

На рис. 4 наведено нормовані залежності числа Стентона St/St_{∞} від поздовжньої координати, нормованої довжиною ділянки температурної стабілізації \tilde{x}/l_{tc}

Рисунок 4 свідчить, що довжина ділянки температурної стабілізації різна для увігнутої та опуклої стінок криволінійного мікроканалу. Для опуклої стінки довжина ділянки термостабілізації виявилась більшою ніж для увігнутої. Пояснюється це тим, що із зростанням кривизни каналу збільшується поверхневе тертя на опуклій стінці із одночасним зменшенням тертя на увігнутій через асиметрію профілю швидкості. На опуклій стінці таким чином відбувається інтенсифікація теплообміну зі стінкою і, відповідно, температурна стабілізація настає пізніше. На увігнутій стінці ді-

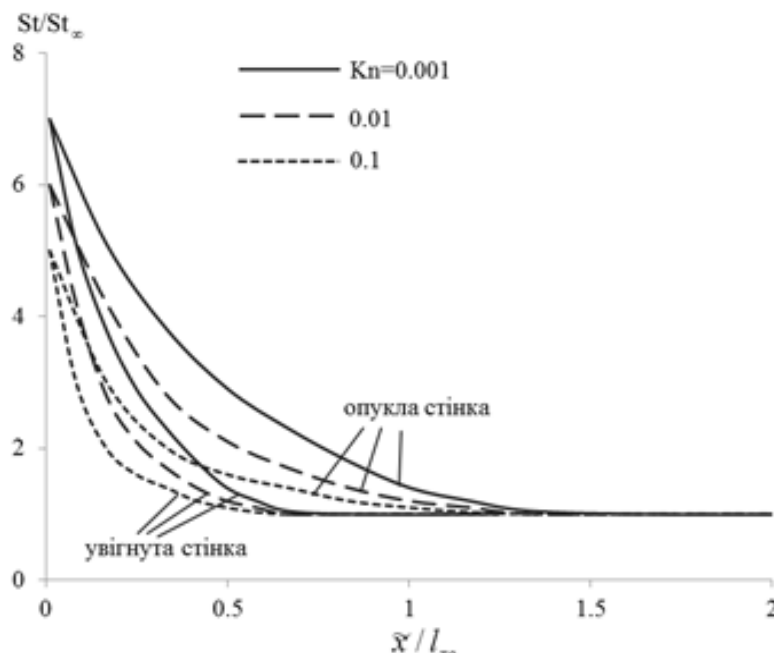


Рис. 4. Залежності нормованого числа Стентона St/St_{∞} від нормованої поздовжньої координати \tilde{x}/l_{tc} для різних значень числа Кнудсена Kn на стінках криволінійного мікроканалу із прямокутним перетином.

лянка термостабілізації коротша за рахунок зменшення впливу стінки.

Висновки

Проведені чисельні дослідження впливу інтенсивності проковзування середовища на теплообмін течій в мікроканалах різної конфігурації показали значний вплив проковзування на температурну стабілізацію мікротечій. За рахунок проковзування вплив стінки на температуру середовища зменшується і, відповідно, температурна стабілізація потоку відбувається повільніше.

Ступінь впливу проковзування залежить від конфігурації мікроканалу. Збільшення співвідношення сторін каналу викликає збільшення часу стабілізації. Наприклад, для прямокутного каналу зі співвідношенням сторін 1:2 час, необхідний для досягнення температурної стабілізації, більший за час гідродинамічної стабілізації на 17%.

Також аналіз показав що зростання значення числа Прандтля призводить до зменшення часу, необхідного для температурної стабілізації в каналі.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Al-Bender F., Lampaert V., Swevers J.* The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation //IEEE Transactions on automatic control. – 2005. – Т. 50. – №. 11. – С. 1883-1887.
2. *Shu J. J., Teo J. B. M., Chan W. K.* A new model for fluid velocity slip on a solid surface //Soft Matter. – 2016. – Т. 12. – №. 40. – С. 8388-8397.
3. *Chen S., Tian Z.* Simulation of microchannel flow using the lattice Boltzmann method //Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2009. – Т. 388. – №. 23. – С. 4803-4810.
4. *Wang H. et al.* Simple approach for modeling flow in a microchannel //Smart Electronics and MEMS II. – International Society for Optics and Photonics, 2001. – Т. 4236. – С. 99-107.
5. *You J. et al.* Modeling the effect of channel bends on microfluidic flow //IASME Trans. – 2005. – Т. 1. – №. 1. – С. 144-151.
6. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V., Dmitrenko N. P., Kravchuk A. V., Shevchuk V. I.* Mixed convection in a vertical flat microchannel // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2017. – 106. – P. 1164 – 1173.
7. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V., Dmitrenko N. P., Kravchuk A. V., Shevchuk V. I.* Mixed convection in a vertical circular microchannel // International Journal of Thermal Sciences. – 2017. – 121. – P. 1 – 12.
8. *Avramenko A. A., Kovetska Yu. Yu., Shevchuk I. V., Tyrinov A. I., Shevchuk V. I.* Mixed Convection in Vertical Flat and Circular Porous Microchannels // Transport in Porous Media. - 2018. - Volume 124, Issue 3. – P. 919 – 941.
9. *Avramenko A. A., Shevchuk I. V., Kravchuk A. V.* Turbulent incompressible microflow between rotating parallel plates // European Journal of Mechanics B/Fluids. – 2018. – 71. – P. 35 – 46.
10. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe // Phys. Fluids. - 2015. - 27. - P. 042001-1 - 042001-18.
11. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* Theoretical investigation of steady isothermal slip flow in a curved microchannel with a rectangular cross-section and constant radii of wall curvature // European Journal of Mechanics B/Fluids. – 2015. – 54. – P. 87– 97.
12. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section // Theor. Comput. Fluid Dyn. – 2015. – 29. – P. 351 – 371.
13. *Agrawal A., Prabhu S. V.* Deduction of slip coefficient in slip and transition regimes from existing cylindrical Couette flow data //Experimental Thermal and Fluid Science. – 2008. – Т. 32. – №. 4. – С. 991-996.
14. *He X., Luo L. S.* Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation //Physical Review E. – 1997. – Т. 56. – №. 6. – С. 6811.
15. *Peng Y., Shu C., Chew Y. T.* A 3D incompressible thermal lattice Boltzmann model and its application to simulate natural convection in a cubic cavity //Journal of Computational Physics. – 2004. – Т. 193. – №. 1. – С. 260-274.

TEMPERATURE STABILIZATION OF MICROCHANNEL FLOW

Tyrinov A.I.

Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, vul. Zhelyabova, 2a, Kyiv, 03680, Ukraine

<https://doi.org/10.31472/ttpe.1.2019.3>

The purpose of this work is to determine the nature of the effect of the intensity of slipping the medium on the walls of the microchannel on the temperature stabilization of the flow in the microchannel. To achieve this goal, numerical simulation of the start flow in flat, round, and rectangular microchannels was performed using the Boltzmann Speech Method. The heat exchange in the initial region in flat, round and rectangular microchannels is analyzed. The influence of the fluid acceleration intensity on the stabilization of the flow temperature in the microchannel is determined.

Key words: heat transfer, numerical simulation, microchannel, Lattice Boltzmann Method.

References 15, figures 4.

1. *Al-Bender F., Lampaert V., Swevers J.* The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction simulation and compensation //IEEE Transactions on automatic control. 2005. V. 50. №. 11. P. 1883–1887.
2. *Shu J. J., Teo J. B. M., Chan W. K.* A new model for fluid velocity slip on a solid surface //Soft Matter. 2016. V. 12. №. 40, P. 8388–8397.
3. *Chen S., Tian Z.* Simulation of microchannel flow using the lattice Boltzmann method //Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2009. V. 388. №. 23, P. 4803–4810.
4. *Wang H. et al.* Simple approach for modeling flow in a microchannel //Smart Electronics and MEMS II. – International Society for Optics and Photonics, 2001. V. 4236, P. 99–107.
5. *You J. et al.* Modeling the effect of channel bends on microfluidic flow //IASME Trans. 2005. V. 1. №. 1, P. 144–151.
6. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V., Dmitrenko N. P., Kravchuk A. V., Shevchuk V. I.* Mixed convection in a vertical flat microchannel // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2017. 106, P. 1164–1173.
7. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V., Dmitrenko N. P., Kravchuk A. V., Shevchuk V. I.* Mixed convection in a vertical circular microchannel // International Journal of Thermal Sciences. 2017. 121, P. 1–12.
8. *Avramenko A. A., Kovetska Yu. Yu., Shevchuk I. V., Tyrinov A. I., Shevchuk V. I.* Mixed Convection in Vertical Flat and Circular Porous Microchannels // Transport in Porous Media. - 2018. - Volume 124, Issue 3. P. 919–941.
9. *Avramenko A. A., Shevchuk I. V., Kravchuk A. V.* Turbulent incompressible microflow between rotating parallel plates // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2018. 71. P. 35–46.
10. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe // Phys. Fluids. 2015. 27, P. 042001-1 - 042001-18.
11. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* Theoretical investigation of steady isothermal slip flow in a curved microchannel with a rectangular cross-section and constant radii of wall curvature // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2015. 54, P. 87–97.
12. *Avramenko A. A., Tyrinov A. I., Shevchuk I. V.* Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2015. 29, P. 351–371.
13. *Agrawal A., Prabhu S. V.* Deduction of slip coefficient in slip and transition regimes from existing cylindrical Couette flow data //Experimental Thermal and Fluid Science. 2008. V. 32. №. 4, P. 991–996.
14. *He X., Luo L. S.* Theory of the lattice Boltzmann method: From the Boltzmann equation to the lattice Boltzmann equation //Physical Review E. 1997. V. 56. №. 6, 6811 p.
15. *Peng Y., Shu C., Chew Y. T.* A 3D incompressible thermal lattice Boltzmann model and its application to simulate natural convection in a cubic cavity //Journal of Computational Physics. 2004. V. 193. №. 1, P. 260–274.

Отримано 03.12.2018

Received 03.12.2018