

УДК 532.536

ТЕПЛООБМІН ПРИ ПРИРОДНІЙ КОНВЕКЦІЇ ГАЗУ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, **Ковецька Ю.Ю.**, докт. філософ.,
Дмитренко Н.П., канд. техн. наук, **Скіцько О.І.**, канд. техн. наук, **Плахотня Л.В.**

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул М. Капніст 2а, Київ 03057, Україна

<https://doi.org/10.31472/ttpe.1.2022.1>

Наведено результати дослідження природної конвекції газу Ван-дер-Ваальса. Нова форма рівняння для реальних газів дозволила оцінити вплив безрозмірних параметрів Ван-дер-Ваальса на відносний коефіцієнт тепловіддачі. Показано тенденції зміни відносного числа Нуссельта в залежності від характеру взаємодії між молекулами газу та стінкою. Результати розрахунків для газу Ван-дер-Ваальса порівнювалися з результатами для ідеального газу.

Представлены результаты исследования естественной конвекции газа Ван-дер-Ваальса. Новая форма уравнения для реальных газов позволила оценить влияние безразмерных параметров Ван-дер-Ваальса на относительный коэффициент теплоотдачи. Показано тенденции изменения относительного числа Нуссельта в зависимости от характера взаимодействия между молекулами газа и стенкой. Результаты расчетов для газа Ван-дер-Ваальса сравнивались с результатами для идеального газа.

The results of a study of natural convection in a Van der Waals gas are presented. A novel form of equation for real gases enabled estimating the effects of the dimensionless van der Waals parameters on the normalized heat transfer coefficients. Trends in the variation of the Nusselt number depending on the nature of the interaction between gas molecules and the wall were analyzed. The results of computations for a van der Waals gas were compared with the results for an ideal gas.

Бібл. 15, рис. 2.

Ключові слова: природна конвекція, газ Ван-дер-Ваальса, тепловіддача, аналітичне рішення.

g – гравітаційне прискорення;
 h – коефіцієнт тепловіддачі;
 k – коефіцієнт теплопровідності;
 p – тиск;
 $p_{кр}$ – критичний тиск;
 R – універсальна газова постійна;
 T – температура;
 $T_{кр}$ – критична температура;
 u, v – складові швидкості;
 x, y – Декартові координати;
 V – об'єм;
 α – коефіцієнт температуропровідності;
 δ – товщина пограничного шару;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості;
 ρ – густина;
Безрозмірні параметри:
 Nu – число Нуссельта;
 Pr – число Прандтля;
 U – безрозмірна швидкість;
 θ – безрозмірна температура;
 Wa_a, Wa_b – числа Ван-Дер-Ваальса;
Індекси:
 0 – ідеальний газ;
 w – параметр на стінці;
 ∞ – параметр на границі пограничного шару.

Вступ

На сьогоднішній день істотно зросли потреби в інформації, пов'язаної з фізико-хімічними властивостями газів, з особливостями їхньої поведінки в умовах виробництва, при їх транспортуванні та зберіганні. Рациональне використання газів у різних технологічних процесах дозволяє значно знизити собівартість промислового виробництва.

До реальних газів у технічній термодинаміці прийнято відносити газоподібний стан речовини у всьому діапазоні його існування. За відповідних умов реальний газ може бути скраплений, тобто сконденсований, або переведений у твердий стан. На думку фахівців, розвиток

малої енергетики найближчими роками буде пов'язаний із широким використанням скрапленого природного газу, який визнаний як один із найперспективніших видів енергоносіїв. Скраплення газів надзвичайно важливе при зберіганні та транспортуванні викопного палива. Оскільки СПГ займає лише близько 1/600 обсягу природного газу, його легше та економічніше транспортувати [1,2].

У техніці широко застосовують пари різних речовин: води, аміаку, хлористого метилу, сірчистого ангідриду та ін. Найбільш широко застосовується водяна пара, що є основним робочим тілом парових двигунів, опалювальних та інших пристроїв [3-5].

Відомо, що модель ідеального газу дозволяє задовільно описувати стан реальних газів лише у відносно невеликій області зміни параметрів стану. Для проведення конструктивних розрахунків, а також визначення оптимальних умов роботи теплообмінного обладнання необхідно враховувати вплив реальних теплофізичних властивостей газу на процеси. Дослідження показали, що використання рівняння Менделєєва-Клайперона призводить до похибки у визначенні параметрів стану газу близько 55%. Автори в роботі [6] дійшли висновку, що для простих, одно- та двоатомних газів, таких як гелій та азот, добре підходить модель для ідеальних газів. Тоді як для газів із складнішою органічною формулою необхідно враховувати ефекти реальних газів. На сьогоднішній день відомо понад 150 рівнянь стану. Частина отриманих рівнянь є уточненням рівняння Ван-дер-Ваальса, інші отримані експериментально. З позиції молекулярної теорії будови речовини реальний газ – це газ, властивості якого залежать від взаємодії та розмірів молекул. Рівняння Ван-дер-Ваальса – це одне з широко відомих наближених рівнянь стану, що враховує основні характеристики газу та міжмолекулярну взаємодію (1).

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad (1)$$

де a і b – константи, що враховують відхилення властивостей реального газу від властивостей ідеального. Член a/V^2 враховує тяжіння між молекулами газу за рахунок ван-дер-ваальсових сил. Константа b є поправкою на об'єм молекул газу і враховує відштовхування молекул на близьких відстанях. Константи a та b зазвичай визначаються з експериментальних даних:

$$a = \frac{27 \cdot R^2 T_{кр}^2}{64 \cdot p_{кр}}; \quad b = \frac{RT_{кр}}{8 \cdot p_{кр}}. \quad (2)$$

Питання теплопередачі при різного роду конвекції досліджено досить широко. Зокрема, у роботах [7,8] розглянуто розгінну течію у прямокутному каналі та круглій мікротрубі, у роботі [9] – у пористому криволінійному мікроканалі прямокутного перерізу. Особливості явищ нестійкості потоку розглянуто у роботах [10,11]. Моделювання процесів імпульсу та теплообміну біля вертикальної пластини представлено у роботі [12]. У статті [13] проведено аналітичне моделювання потоку та теплообміну при природній конвекції газу Ван-дер-Ваальса. Отримано аналітичні рішення для профілів

швидкості, температури та відносного числа Нусельта, результати порівнювалися з результатами для ідеальних газів.

Мета даної роботи полягає у подальшому аналізі впливу теплофізичних властивостей газу Ван-дер-Ваальса на тепловіддачу при природній конвекції біля нагрітої пластини. Завдання вирішувалось аналітично, використовуючи метод інтегральних співвідношень.

II. Математична модель

Розглядається стаціонарна задача при природній конвекції біля нагрітої вертикальної пластини, температура якої T_w . Пластина знаходиться в нерухомому газі з постійною температурою T_∞ , яка нижча за температуру пластини ($T_w > T_\infty$). В результаті біля пластини з'являється підйомний рух нагрітого газу та формується пограничний шар товщиною δ . При цьому вважаємо, що фізичні параметри течії постійні (враховуємо тільки підйомну силу, що виникає внаслідок залежності густини від температури). Теплота тертя не враховується. Поля температур та швидкості можна описати диференціальними рівняннями у наближенні пограничного шару наступним чином

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_\infty}\right), \quad (4)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (5)$$

Як видно з рівнянь (3) – (5), ця модель враховує інерційні члени та конвективний теплообмін. Підйомна сила враховується, виходячи з останнього члена в рівнянні (4). Граничні умови для системи рівнянь (3) – (5) задаються наступним чином

$$u = 0, \quad T = T_w, \quad \text{при} \quad y = 0, \quad (6)$$

$$u = 0, \quad T = T_\infty, \quad \text{при} \quad y = \delta. \quad (7)$$

Цю постановку задачі доповнимо рівнянням стану Ван-дер-Ваальса (1) з використанням густини газу замість питомого об'єму

$$\left(p + a\rho^2\right)\left(\frac{1}{\rho} - b\right) = RT. \quad (8)$$

Далі перетворимо останній член у правій частині рівняння (4), використовуючи (8). Для цього розв'яжемо рівняння (8) щодо густини. Це кубічне рівняння, яке має два комплексно спряжених корені і один дійсний.

$$\rho = \frac{1}{6b} \left(2 + \frac{\sqrt[3]{16(a - 3b(bp + RT))}}{\sqrt[3]{2a^3 + 9a^2b(2bp - RT) - \sqrt{a^3(a(2a + 9b(2bp - RT))^2 - 4(a - 3b(bp + RT))^3}}} + \frac{\sqrt[3]{2a^3 + 9a^2b(2bp - RT) - \sqrt{a^3(a(2a + 9b(2bp - RT))^2 - 4(a - 3b(bp + RT))^3}}}{a\sqrt{8}} \right) \quad (9)$$

Розв'язання цього рівняння є досить громіздким і його важко використовувати при інтегруванні системи рівнянь (3) – (5). Автори в роботі [13] показали, що його можна спростити у наближенні малих значень констант a і b , розклавши до ряду Маклорена. В результаті маємо

$$\rho = \frac{p}{RT} - \frac{bp^2}{R^2T^2} + \frac{ap^2}{R^3T^3}. \quad (10)$$

Перепишемо рівняння (10) у безрозмірній формі

$$Z(1 + Wa_a - Wa_b) = 1, \quad (11)$$

$$Z = \frac{p}{RT\rho}, \quad Wa_a = \frac{ap}{R^2T^2}, \quad Wa_b = \frac{bp}{RT}. \quad (12)$$

де Z – коефіцієнт стисливості, який показує відхилення поведінки реального газу від ідеального при заданих температурі та тиску.

Далі виразимо відношення густин у рівнянні (4), використовуючи (10) - (12). В результаті отримаємо

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{Z}{1 + \beta \Delta T \theta} \left(1 - \frac{Wa_b}{1 + \beta \Delta T \theta} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} \right) \right), \quad (13)$$

де коефіцієнт стисливості Z та числа Ван дер Ваальса визначаються як значення на зовнішній границі приграничного шару. Безрозмірна локальна температура у приграничному шарі визначається як

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{\Delta T}, \quad \beta = \frac{1}{T_\infty}. \quad (14)$$

де β – коефіцієнт об'ємного розширення.

III. Метод інтегральних співвідношень

Інтегральні рівняння приграничного шару при природній конвекції для ідеального газу наведені в роботах [14,15]. Виведемо інтегральні рівняння для реального газу. Щоб отримати інтегральне рівняння руху, помножимо рівняння нерозривності (3) на компоненту швидкості і додамо до лівої частини рівняння (13). В результаті маємо

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{Z}{1 + \beta \Delta T \theta} \left(1 - \frac{Wa_b}{1 + \beta \Delta T \theta} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} \right) \right), \quad (15)$$

Проінтегруємо (15) по товщині приграничного шару з урахуванням граничних умов (6) та (7). Це дає

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u^2 dy = -v \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} + g \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{Cl}{1 + \beta \Delta T \theta} \left(1 - \frac{Wa_b}{1 + \beta \Delta T \theta} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} \right) \right) dy, \quad (16)$$

Перепишемо це рівняння, використовуючи безрозмірні параметри

$$\frac{d(\delta U^2)}{dx} \int_0^1 w^2 d\eta = -v \left(\frac{\partial w}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \frac{U}{\delta} + g \delta \int_0^1 \left(1 - \frac{Cl}{1 + \beta \Delta T \theta} \left(1 - \frac{Wa_b}{1 + \beta \Delta T \theta} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} \right) \right) d\eta, \quad (17)$$

де U – масштабна швидкість, яка залежить від продольної координати

$$w = \frac{u}{U}, \quad \eta = \frac{y}{\delta}. \quad (18)$$

Подібним чином можна інтегрувати рівняння енергії (5). Це дає

$$\frac{d(U\delta)}{dx} \int_0^1 w\theta d\eta = -\frac{\alpha}{\delta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta} \right)_{\eta=0} \quad (19)$$

Для вирішення рівнянь (17) та (19) необхідно задати профілі швидкості та температури. У роботах [14,15] запропоновані наступні рівняння для цих профілів

$$w = \eta(1 - \eta)^2, \quad (20)$$

$$\theta = (1 - \eta)^3. \quad (21)$$

Підстановка (20) та (21) в (17) дає

$$\frac{1}{105} \frac{d(\delta U^2)}{dx} = -v \frac{U}{\delta} + g \delta F, \quad (22)$$

де

$$F(\beta \Delta T, Wa_a, Wa_b) = \left[54 - \frac{3(-6Wa_b(1 + \beta \Delta T) + Wa_a(8 + 5\beta \Delta T))}{(1 + Wa_a - Wa_b)(1 + \beta \Delta T)^2} + \frac{1}{54} \left((9 + 5Wa - 6Wa_b) \left(6 \arctan \left(\frac{1 - 2\sqrt[3]{\beta \Delta T}}{\sqrt{3}} \right) + \sqrt{3} \ln \left(1 - \frac{3\sqrt[3]{\beta \Delta T}}{(1 + \sqrt[3]{\beta \Delta T})^2} \right) - \pi \right) + \frac{3\sqrt[3]{\beta \Delta T} \sqrt{3} (1 + Wa_a - Wa_b)}{3\sqrt[3]{\beta \Delta T} \sqrt{3} (1 + Wa_a - Wa_b)} \right) \right] \quad (23)$$

У граничному випадку $\beta\Delta T \rightarrow 0$ рівняння (22) трансформується в

$$\frac{1}{105} \frac{d(\delta U^2)}{dx} = -v \frac{U}{\delta} + \frac{1}{4} g \delta \beta \Delta T \frac{1 + 3Wa_a - 2Wa_b}{1 + Wa_a - Wa_b}. \quad (24)$$

Для ідеального газу ($Wa_a = Wa_b = 0$) рівняння (24) редукується в рівняння, яке отримано Еккерт, Сквайєр [14,15]. Рівняння (19) набуває вигляду

$$\frac{1}{42} \frac{d(\delta U)}{dx} = 3 \frac{\alpha}{\delta}. \quad (25)$$

Якщо в заданих рівняннях (20), (21) для профілю температур взяти вираз

$$\theta = (1 - \eta)^2, \quad (26)$$

то функція F у рівнянні (23) буде виглядати наступним чином

$$F(\beta\Delta T, Wa_a, Wa_b) = 1 - \frac{-4Wa_b(1 + \beta\Delta T) + Wa_a(5 + 3\beta\Delta T)}{8(1 + Wa_a - Wa_b)(1 + \beta\Delta T)^2} - \frac{(8 + 3Wa_a - 4Wa_b)\arctan(\sqrt{\beta\Delta T})}{8\sqrt{\beta\Delta T}(1 + Wa_a - Wa_b)} \quad (27)$$

Тоді у граничному випадку $\beta\Delta T \rightarrow 0$ маємо

$$\frac{1}{105} \frac{d(\delta U^2)}{dx} = -v \frac{U}{\delta} + \frac{1}{3} g \delta \beta \Delta T \frac{1 + 3Wa_a - 2Wa_b}{1 + Wa_a - Wa_b}, \quad (28)$$

а рівняння енергії набуває форми

$$\frac{1}{30} \frac{d(\delta U)}{dx} = 2 \frac{\alpha}{\delta}. \quad (29)$$

Підсумовуючи, систему інтегральних рівнянь можна записати у загальному вигляді наступним чином

$$s \frac{d(\delta U^2)}{dx} = -v \frac{U}{\delta} + g \delta F, \quad (30)$$

$$t \frac{d(\delta U)}{dx} = z \frac{\alpha}{\delta}. \quad (31)$$

IV. Тепловіддача

Враховуючи роботи [14, 15], розв'яжемо рівняння (30) та (31), використовуючи наступні співвідношення

$$U(x) = \Psi x^m, \quad (32)$$

$$\delta(x) = \Phi x^n,$$

(33) де m, n, Ψ та Φ – невідомі константи. Рішення (32) і (33) задовольняють нульовим початковим умовам, тобто швидкість та товщина приграничного шару на краю пластини дорівнюють нулю. Щоб знайти ці константи, підставимо рівняння (32) та (33) у рівняння (30) та (31). В результаті маємо

$$(2m+n)s\Phi\Psi^2x^{2m+n-1} = -v\frac{\Psi^2}{\Phi}x^{m-n} + gF\Phi x^n, \quad (34)$$

$$(m+n)r\Phi\Psi x^{m+n-1} = -\alpha\frac{z}{\Phi}x^{m-n}. \quad (35)$$

Прирівняємо показники ступеня при x . В результаті маємо систему рівнянь, розв'язання якої виглядає як

$$m = \frac{1}{2}, \quad n = \frac{1}{4}. \quad (36)$$

Підставляючи ці значення в (34) і (35), отримаємо систему рівнянь щодо Ψ та Φ . Виключивши одну зі змінних, отримуємо алгебраїчне рівняння четвертого порядку щодо іншої змінної. В результаті рішення маємо чотири пари коренів, з яких одна має додатну дійсну форму

$$\Psi = 2\sqrt{\frac{zgF}{5sz + 3t \text{Pr}}}, \quad (37)$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{4z}{3t}} \frac{\alpha}{\Psi}. \quad (38)$$

Отримавши співвідношення (37) та (38), можна сказати, що коефіцієнт тепловіддачі дорівнює

$$h = z\frac{k}{\delta} = k\sqrt{\frac{3zt}{4}} \frac{\Psi}{\alpha\sqrt{x}} = k\sqrt{\frac{3zt}{2}} \frac{1}{\alpha\sqrt{x}} \sqrt{\frac{zgF}{5sz + 3t \text{Pr}}}. \quad (39)$$

Рівняння (39) можна переписати для відносного числа Нусельта

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} = \sqrt[4]{\frac{F}{r\beta\Delta T}}, \quad (40)$$

де

$$\text{Nu} = \frac{hx}{k} \quad (41)$$

Індекс «0» відноситься до значень до ідеального газу, коефіцієнт r визначається з рівняння

$$\lim_{\beta\Delta T \rightarrow 0} \frac{F}{\beta\Delta T} = r \frac{1 + 3\text{Wa}_a - 2\text{Wa}_b}{1 + \text{Wa}_a - \text{Wa}_b}. \quad (42)$$

Наприклад, для рівняння (23) $r=1/4$, а рівняння (27) $r=1/3$.

В результаті рівняння (40) можна переписати наступним чином

$$\frac{\text{Nu}}{\text{Nu}_0} = \sqrt[4]{\frac{1 + 3\text{Wa}_a - 2\text{Wa}_b}{1 + \text{Wa}_a - \text{Wa}_b}}. \quad (43)$$

V. Аналіз результатів

На рис. 1.2 показано вплив безрозмірних чисел Ван-дер-Ваальса на відносний коефіцієнт тепловіддачі. Ці результати отримані на основі рівняння (43) та збігаються з даними, які отримані у статті [13].

Як відомо, характер взаємодії молекул газу зі стінкою має важливе значення для оцінки тепловіддачі. Коефіцієнт a характеризує додатковий тиск у приграничному шарі, що збільшує ймовірність зіткнення молекул у реальному газі в порівнянні з ідеальним. Очевидно, що це призводить до збільшення підйомної сили. В результаті швидкість в приграничному шарі збільшується, що призводить до посилення тепловіддачі зі зростанням числа Wa_a (рис.1)

У свою чергу коефіцієнт b характеризує додатковий об'єм, не заповнений молекулами. З його зростанням обмін енергією між молекулами та стінкою зменшується, що призводить до погіршення умов взаємодії між ними. Отже, як видно з рисунків, зі збільшенням числа Wa_b відносний коефіцієнт тепловіддачі зменшується в порівнянні з випадком ідеального газу (рис.2).

Розрахунки показали, що зі зростанням числа Wa_a вплив числа Wa_b нівелюється і при значеннях $\text{Wa}_a \geq 0,6$ не спостерігався (рис. 1). Більш виражений вплив числа Wa_a на характеристики потоку можна пояснити тим, що коефіцієнт a описує квадратичний ефект зміни густини в рівнянні Ван дер Ваальса, а коефіцієнт b визначає лінійний ефект зміни густини.

Висновки

У роботі розглянуто питання природної конвекції в реальних газах Ван-дер-Ваальса біля пластини, що обігрівається. Завдання вирішувалося аналітично з урахуванням інтегрального підходу. У результаті рішення отримано нову форму рівняння Ван-дер-Ваальса. Дано

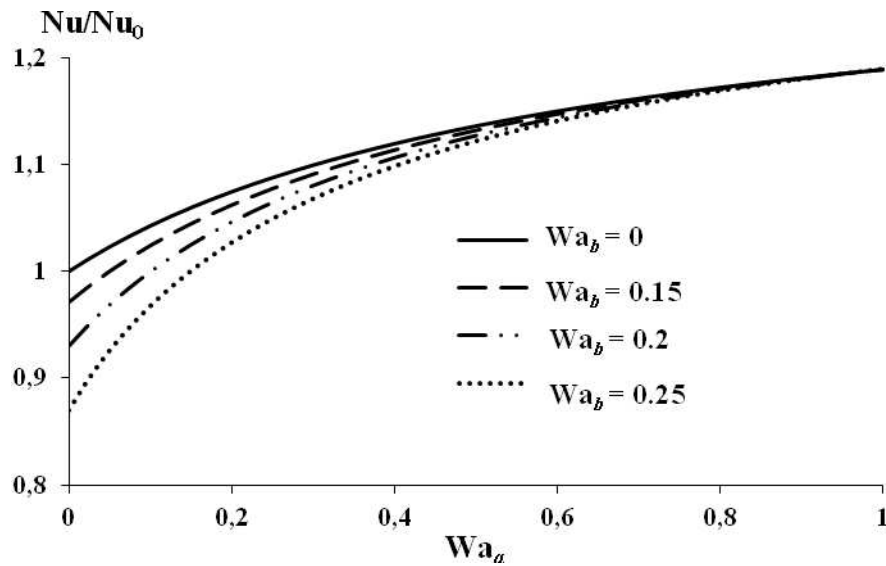


Рис. 1. Вплив числа Вандер дер Ваальса Wa_a на відносне число Нуссельта Nu/Nu_0 за умови $Wa_b = \text{const}$: 1) $Wa_b = 0$; 2) $Wa_b = 0,15$; 3) $Wa_b = 0,2$; 4) $Wa_b = 0,25$

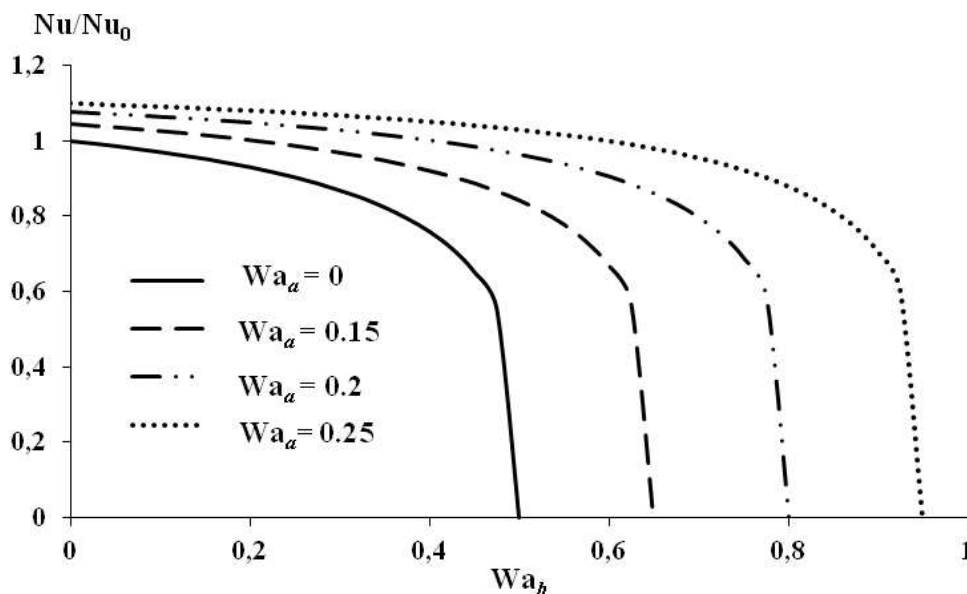


Рис. 2. Вплив числа Вандер дер Ваальса Wa_b на відносне число Нуссельта Nu/Nu_0 за умови $Wa_a = \text{const}$: 1) $Wa_a = 0$; 2) $Wa_a = 0,15$; 3) $Wa_a = 0,2$; 4) $Wa_a = 0,25$

оцінку впливу безрозмірних чисел Wa_a і Wa_b на відносний коефіцієнт тепловіддачі в реальному газі в порівнянні з ідеальним газом.

Аналіз розрахунків показав, що зі зростанням числа Wa_a , що характеризує додатковий тиск, коефіцієнт тепловіддачі збільшується. Це пов'язано зі зростанням підйомної сили та швидкості у приграничному шарі. Ефект додаткового об'єму (збільшення числа Wa_b) призводить до погіршення умов взаємодії між молекулами газу та стінкою. Це супроводжується зменшенням сил

Архімеда та швидкості потоку, що призводить до ослаблення теплообміну в порівнянні з ідеальним газом.

Робота виконана за фінансової підтримки програми наукових досліджень НАН України «Підтримка пріоритетних для держави наукових досліджень і науково-технічних (експериментальних) розробок», 2022 - 2023р. Проект «Розроблення наукових засад процесів тепло-масопереносу і горіння для вдосконалення технологій отримання та використання відновлювальних видів палива з метою декарбонізації енергетики України»

ЛІТЕРАТУРА

1. Banaszekiewicz T., Chorowski M., Gizicki W., Jedrusyna A., Kielar J., Malecha Z., Piotrowska A., Polinski J., Rogala Z., Sierpowski K., Skrzypacz J., Stanclik M., Tomczuk K., Dow 'zenko P. Liquefied Natural Gas in MobileApplications—Opportunities // *Energies*. – 2020. – V.13: 5673. doi:10.3390/en13215673.
2. Staffell I., Scamman D., Abad A.V., Balcombe P., Dodds P.E., Ekins P., Shah N. and Ward K.R. The role of hydrogen and fuel cells in the global energy system // *Energy & Environmental Science*. – 2019. – Issue 2. – P.463 – 491. <https://doi.org/10.1039/C8EE01157E>.
3. Быстрицкий Г.Ф. Теплотехника и энергосиловое оборудование промышленных предприятий. 5-е изд. Москва: Издательство Юрайт, 2018.— 305с. URL:<https://urait.ru/bcode/414423>.
4. Perdiguer-López R., Berné-Valero J.L., Garrido-Villén N. Application of GNSS Methodologies to Obtain Precipitable Water Vapor (PWV) and Its Comparison with Radiosonde Data // *Proceedings*. – 2019. – V.19, №24. – 24p. doi:10.3390/proceedings2019019024.
5. Hanley E.S., Deane P., Gallachóir B. The role of hydrogen in low carbon energy futures—A review of existing perspectives // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*.— 2018. — V. 82, Part 3. — P.3027 – 3045. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.10.034>.
6. Булыгин В.С. Теплоёмкость и внутренняя энергия газа Ван-Дер-Ваальса. Москва.МФТИ. - Учебно-методическое пособие по курсу Общая физика, 2012 13с. https://mipt.ru/education/chair/physics/S_II/method/VdV.pdf
7. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. –2015.– V.29(5). –P.351-371. DOI: 10.1007/s00162-015-0361-x
8. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe // *Physics of Fluids*. –2015. –V.27(4): 042001. <https://doi.org/10.1063/1.4916621>
9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section // *Journal of Porous Media*. – 2007. – V.11(3). – P.241-246. DOI: 10.1615/JPorMedia.v11.i3.20
10. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2015. – V.91. – P. 77 - 88. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.06
11. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International // Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. – 2010. – V.20(1). – P.111 – 129. DOI: 10.1108/09615531011008154
12. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach // *Journal of Molecular Liquids*. – 2016. – V.223.– P.156-164. DOI :10.1016/j.molliq.2016.08.038
13. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.V. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate // *Fluids*. – 2021. – V.6(3): 121. <https://doi.org/10.3390/fluids6030121>
14. Squire H. B. “Integral solution,” in *Modern Developments in Fluid Dynamics*, vol. 2, S. Goldstein ed., Dover, New York, USA: Academic press, pp. 641–643, 1965
15. Eckert E.R.G., Drake R.M. *Heat and Mass Transfer*. McGraw Hill, New York 1959

HEAT TRANSFER AT NATURAL CONVECTION OF VAN DER WAALS GAS

Avramenko A.A., Kovetska Yu.Yu., Dmitrenko N.P., Skitsko O.I., Plakhotnia L.V.

Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv, 03680, Ukraine

<https://doi.org/10.31472/tpe.1.2022.1>

This paper focuses on a study of natural convection in a Van der Waals gas over a vertical heated plate. An approximate analytical solution of the problem was obtained using an integral method for momentum and energy equations. A simplified form of the van der Waals equation for real gases enabled estimating the effects of the dimensionless van der Waals parameters on the normalized heat transfer coefficient. The effects of the dimensionless Wa_a and Wa_b numbers on the normalized Nusselt number in the real gas compared to the ideal gas were estimated. The analysis of the calculation results showed that, with an increase in the Wa_a number (which characterizes the additional pressure in the real gas), the normalized Nusselt number increases. The effect of additional volume, which shows in an increase in the Wa_b number, causes a deterioration in the conditions interaction between gas molecules and the wall. This is accompanied by a decrease in the Archimedes force and flow rate in the boundary layer, which leads to a weakening of heat transfer in comparison with an ideal gas.

References 15, figures 2.

Key words: natural convection, van der Waals gas, heat transfer, analytical solution.

1. Banaszkiwicz T., Chorowski M., Gizicki W., Jedrusyna A., Kielar J., Malecha Z., Piotrowska A., Polinski J., Rogala Z., Sierpowski K., Skrzypacz J., Stanclik M., Tomczuk K., Dowżenko P. Liquefied Natural Gas in Mobile Applications—Opportunities. *Energies*. 2020. V.13: 5673. doi:10.3390/en13215673. (in Eng.)

2. Staffell I., Scamman D., Abad A.V., Balcombe P., Dodds P.E., Ekins P., Shah N., Ward K.R. The role of hydrogen and fuel cells in the global energy system. *Energy & Environmental Science*. 2019. Issue 2. P.463 – 491. <https://doi.org/10.1039/C8EE01157E>. (in Eng.)

3. Bystritsky G.F. Heat engineering and power equipment of industrial enterprises. 5th ed.; Yurayt: Moscow. 2018. 305p. URL: <https://urait.ru/bcode/414423>. (in Rus.)

4. Perdiguier-López R., Berné-Valero J.L., Garrido-Villén N. Application of GNSS Methodologies to Obtain Precipitable Water Vapor (PWV) and Its Comparison with Radiosonde Data. *Proceedings*. 2019. V.19, №24. 24p. doi:10.3390/proceedings2019019024. (in Eng.)

5. Hanley E.S., Deane P., Gallachóir B. The role of hydrogen in low carbon energy futures—A review of existing perspectives. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2018. V.82, Part 3. P. 3027 – 3045. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2017.10.034>. (in Eng.)

6. Bulygin V.S. Heat capacity and internal energy of Van der Waals gas. Course textbook General Physics: Moscow M.: MFTI, 2012, 13p. https://mipt.ru/education/chair/physics/S_II/method/VdV.pdf (in Rus.)

7. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2015. V.29(5). P.351-371. DOI: 10.1007/s00162-015-0361-x (in Eng.)

8. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe. *Physics of Fluids*. 2015. V.27(4):042001. <https://doi.org/10.1063/1.4916621> (in Eng.)

9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media*. 2007. V.11(3). P.241-246. DOI: 10.1615/JPorMedia.v11.i3.20 (in Eng.)

10. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. V.91. P. 77 – 88. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.06 (in Eng.)

11. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 2010. V.20(1). P.111 – 129. DOI: 10.1108/09615531011008154 (in Eng.)

12. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach. *Journal of Molecular Liquids*. 2016. V.223. P.156-164. DOI: 10.1016/j.molliq.2016.08.038 (in Eng.)

13. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.V. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate. *Fluids*. 2021. V.6(3): 121. <https://doi.org/10.3390/fluids6030121> (in Eng.)

14. Squire H. B. “Integral solution,” in *Modern Developments in Fluid Dynamics*, vol. 2, S. Goldstein ed., Dover, New York, USA: Academic press, pp. 641–643, 1965 (in Eng.)

15. Eckert E.R.G., Drake R.M. Heat and Mass Transfer. McGraw Hill, New York 1959 (in Eng.)

Отримано 21.01.2022

Received 21.01.2022