УДК 53.08.5:519.218

МОДЕЛІ І МІРИ В ТЕОРІЇ ТА ПРАКТИЦІ ВИМІРЮВАНЬ

Бабак В.П.[1], член-кореспондент НАН України, **Запорожець А.О.[1],** канд. техн. наук,

Куц Ю.В.[2], доктор техн. наук, **Щербак Л.М.[3],** доктор техн. наук

[1] Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. Марії Капніст, 2А, Київ, 03057, Україна

[2] Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського", пр. Перемоги, 37, Київ, 03057, Україна

[3] Київський міжнародний університет, вул. Львівська, 49, Київ, 03179, Україна

https:doi.org/10.31472/ttpe.4.2020.1

Розглянуто особливості сучасної методології використання моделей сигналів і полів та мір для оцінювання результатів вимірювання фізичних величин, в тому числі теплофізичних, які представляються випадковими величинами і кутами. Наведено приклади ймовірнісних мір на прямій, на колі і заряду, а також фізичних мір. Обґрунтовано концепцію узгодження фізичних та ймовірнісних мір з метою єдиного підходу для оцінювання результату вимірювань. Наведено приклад використання сукупності фізичних та ймовірнісних мір у апаратно-програмних модулях інформаційно-вимірювальних систем.

Рассмотрены особенности современной методологии использования моделей сигналов, полей и мер для оценки результатов измерения физических величин, в том числе теплофизических, которые представляются случайными величинами и углами. Приведены примеры вероятностных мер на прямой, на окружности и заряда, а также физических мер. Обоснована концепция согласования физических и вероятностных мер с целью единого подхода к оценке результата измерений. Приведен пример использования совокупности физических и вероятностных мер в аппаратно-программных модулях информационно-измерительных систем.

The features of the modern methodology of using models of signals and fields and measures for evaluating the results of measuring physical quantities, including thermophysical ones, which are represented by random quantities and angles are considered. Examples of probabilistic measures on a straight line, on a circle and a charge, as well as physical measures are given. The concept of coordination of physical and probabilistic measures has been substantiated with the aim of a unified approach to assessing the measurement result. An example of using a set of physical and probabilistic measures in the hardware and software modules of information and measuring systems is given.

Бібліографія 23, рис. 8, табл. 3.

Ключові слова: модель сигналів і полів, ймовірнісна міра на прямій, ймовірнісна міра на колі, заряд, результат вимірювання.

ω – елементарна випадкова подія з простору подій Ω;
t, T – час і часовий інтервал спостереження;
x, y, z – координати Декартової системи координат
R – множина дійсних чисел;
U – шуканий розв'язок моделі;
$\mathbf{M}\{...\}$ – оператор математичного сподівання випадкових функцій;
$\mathbf{D}\{...\}$ – оператор дисперсії випадкових функцій;
$\xi(\omega)$ – випадкова функція;
$\left[\Psi(\omega)/2\pi\right]^{+}$ – ціла частина кумулятивного (повного) випадкового кута $\Psi(\omega)\in R$;
$\psi(\omega)\in[0, 2\pi)$ – дробова частина випадкового кута $\Psi(\omega)$.

Вступ. В теорії і практиці широкого кола вимірювань моделі і міри відіграють фундаментальну роль [1-3]. На їх основі розробляється і удосконалюється вимірювальний інструментарій, необхідний для отримання нових знань і підтримання процесу технологічного розвитку виробництва. Детерміновані і ймовірнісні моделі вимірюваних величин, процесів і полів, а також фізичні та ймовірнісні міри дають змогу формувати результат вимірювання, надати йому властивості об'єктивності і достовірності. Тому питання удосконалення та розвитку моделей і мір в методології вимірювань відіграють все більш значущу роль для досягнення вищої точності вимірювань і розширення областей їх застосування.

Поняття міри спочатку виникло як філософська категорія, яка відображає нерозривний зв'язок між якісною і кількісною сторонами кожного предмета чи явища матеріального світу. В математиці теорія міри активно розроблялась у 19 столітті і набула завершеного виду у 20 столітті [1]. Міра як узагальнене поняття довжини відрізка, площі фігури, об'єму тіла відповідає масі множини елементів за їх певного розподілу в просторі [4, 5]. Міри як математичні об'єкти досліджувались в теорії функцій дійсної змінної у зв'язку з вивченням інтегралів. Поняття міри широко використовується у різних прикладних аспектах, в тому числі і в метрології

[2, 6]. В Україні значний внесок у розвиток проблематики використання міри у вимірюваннях зроблено в роботах [2, 6-8].

Сучасний етап розвитку науки і техніки, а в цілому і суспільства, вимагає проведення більш широкого кола науково-технічних досліджень в галузі вимірювань і відповідного впровадження їх результатів. Стаття присвячена особливостям та результатам дослідження застосування моделей і мір у вимірюваннях.

Основна частина. Створення моделей і мір для розв'язання актуальних науково-технічних проблем вимірювань базується на висунутих гіпотезах і припущеннях, попередньому досвіді, поглибленому аналізі різних факторів, що супроводжують проведення вимірювального експерименту і впливають на результат вимірювання. Інтегрально проблематика вимірювання фізичних величин з виділеними моделями і мірами ілюструється схемою, наведеною на рис. 1.

Фізична коректність і необхідність постановки вимірювальних експериментів, виконання завдань і умов їх проведення, обґрунтування адекватних моделей і мір суттєво впливають на отримуваний результат вимірювань. При цьому досягнення більш високих метрологічних характеристик базується в першу чергу на удосконаленнях та розвитку моделей і мір.

Моделі вимірюваних величин, функцій і сигнальних полів. На практиці у більшості випадків вимірювань оцінювання просторово-часових характеристик досліджуваних як детермінованих, так і випадкових сигналів та сигнальних полів використовуються моделі, загальний вид яких в залежності від сукупності аргументів наведено в табл. 1.

З метою використання вказаних моделей в завданнях вимірювань за умов обмежених областей простору G і скінченних інтервалів часу T, застосовується наступна багатовимірна індикаторна функція

$$I(\boldsymbol{r},t)=\begin{cases}1, & \boldsymbol{r}\in G \text{ і } t\in T;\\ 0, & \boldsymbol{r}\notin G \text{ або } t\notin T.\end{cases} \quad (1)$$

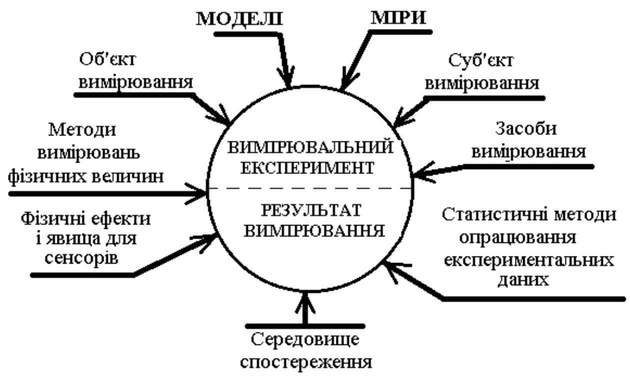


Рис. 1. Схематичне зображення формування результату вимірювання фізичних величин

Таблиця 1. Моделі сигналів та сигнальних полів у вимірюваннях

Аргументи / Види функцій	$\omega\in\Omega$, $t\in T$	$\omega\in\Omega$, $x\in R$, $t\in T$	$\omega\in\Omega$, $(x,y)=\tilde{\boldsymbol{n}}\in R^2$, $t\in T$	$\omega\in\Omega$, $(x,y,z)=\boldsymbol{r}\in R^3$, $t\in T$
Детерміновані	число $\alpha\in R$, одновимірна функція $u(t)\in R$	двовимірна функція $u(x,t)\in R$	тривимірна функція $u(\tilde{\boldsymbol{n}},\ t)\in R$	чотиривимірна функція $u(\boldsymbol{r},\ t)\in R$
Випадкові	величина $\xi(\omega)\in R$, процес $\xi(\omega,t)\in R$, як двовимірна випадкова функція	тривимірне просторово-часове поле $\xi(\omega,x,t)\in R$	чотиривимірне просторово-часове поле $\xi(\omega;\ \tilde{\boldsymbol{n}};t)\in R$	п'ятивимірне просторо-вочасове поле $\xi(\omega;\ \boldsymbol{r};t)\in R$

Слід відмітити, що в залежності від обраної системи координат, аргументи моделі з виразу (1) можуть змінюватись, а частинні випадки їх варіантів мають меншу кількість аргументів.

Застосування математичної моделі виду $\xi(\omega, \boldsymbol{r}, t) \cdot I(\boldsymbol{r}, t)$ дає змогу виконувати дослідження з визначенням просторово-часових характеристик сигналів за умови проведення вимірювань у різних обмежених областях простору на скінченних інтервалах часу. Це забезпечує також можливість проведення подальшого порівняльного аналізу результатів вимірювань з метою перевірки адекватності запропонованих моделей, прогнозування динаміки зміни основних характеристик об'єктів вимірювань у просторі і часі та інше.

У випадку дослідження просторово-часових сигналів з використанням випадкових моделей визначаються, як правило, статистичні оцінки характеристик сигнальних полів в рамках кореляційної (енергетичної) теорії. Так для випадкового поля $\xi(\omega, \boldsymbol{r}, t)$ оцінюються:

математичне сподівання поля

$$a(\boldsymbol{r}, t) = \mathbf{M}\{\xi(\omega, \boldsymbol{r}, t)\}; \tag{2}$$

дисперсія поля

$$\sigma^2(\boldsymbol{r}, t) = \mathbf{D}\{\xi(\omega, \boldsymbol{r}, t)\} = \mathbf{M}\left\{[\xi(\omega, \boldsymbol{r}, t) - a(\boldsymbol{r}, t)]^2\right\}; \tag{3}$$

автокореляційна функція поля

$$R(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t_1, t_2) = \mathbf{M}\{[\xi(\omega, \boldsymbol{r}_1, t_1) - a(\boldsymbol{r}_1, t_1)] \times [\xi(\omega, \boldsymbol{r}_2, t_2) - a(\boldsymbol{r}_2, t_2)]\}; \tag{4}$$

структурна функція поля

$$B(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, t_1, t_2) = \mathbf{M}[(\xi(\omega, \boldsymbol{r}_1, t_1) - \xi(\omega, \boldsymbol{r}_2, t_2))^2]. \tag{5}$$

Характеристики просторово-часових полів для різних варіантів моделей (табл. 1), що отримують за результатами вимірювань, зведені в табл. 2.

Використання сучасних інформаційних технологій вимірювання дає змогу отримати результати вимірювання не тільки одновимірних, але й багатовимірних сигналів і полів на основі створення і обґрунтування моделей таких сигналів (табл. 3).

Кожний конкретний випадок отримання результатів вимірювання значень і характеристик багатовимірних сигналів і полів потребує самостійного науково-технічного дослідження.

Міри у вимірюваннях. В процесі створення вимірювального інструментарію міра є його фундаментальною компонентою, на основі якої певна якість об'єкта оцінюється кількісно. Використання міри сприяє формуванню принципово нової кількісної інформації, зменшенню невизначеності характеристик досліджуваних об'єктів, явищ і процесів. Це дає можливість скоригувати відому тріаду методології наукових досліджень «модель – алгоритм – програма» на більш аргументовану і конструктивну – «модель – міра – алгоритм – програма».

Ефективність практичної реалізації і використання мір оцінюється невизначеністю відтворення одиниць фізичних величин. Чим менше невизначеність – тим вищий клас еталону чи засобу вимірювання.

Таблиця 2. Характеристики сигналів, що отримуються за результатами їх вимірювань

Моделі і числові характеристики / Види випадкових полів	Модель	Математичне сподівання	Дисперсія	Автокореляційна функція	Структурна функція
Неоднорідне за просторовими аргументами нестаціонарне в часі	$\xi(\omega;x;t)$ $\xi(\omega;\boldsymbol{\rho};t)$ $\xi(\omega;\boldsymbol{r};t)$	$a(x;t)$ $a(\boldsymbol{\rho};t)$ $a(\boldsymbol{r};t)$	$\sigma^2(x;t)$ $\sigma^2(\boldsymbol{\rho};t)$ $\sigma^2(\boldsymbol{r};t)$	$R(x_1,x_2;t_1,t_2)$ $R(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2;t_1,t_2)$ $R(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;t_1,t_2)$	$B(x_1,x_2;t_1,t_2)$ $B(\boldsymbol{\rho}_1,\boldsymbol{\rho}_2;t_1,t_2)$ $B(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;t_1,t_2)$
Неоднорідне стаціонарне	$\xi(\boldsymbol{r};t)$	$a(\boldsymbol{r})$	$\sigma^2(\boldsymbol{r})$	$R(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;t_2-t_1)$	$B(\boldsymbol{r}_1,\boldsymbol{r}_2;t_2-t_1)$
Однорідне нестаціонарне	$\xi(\boldsymbol{r};t)$	$a(t)$	$\sigma^2(t)$	$R(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2;t_2,t_1)$	$B(\lvert\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2\rvert;t_2,t_1)$
Однорідне і ізотропне, нестаціонарне	$\xi(\boldsymbol{r};t)$	$a(t)$	$\sigma^2(t)$	$R(\lvert\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2\rvert;t_2,t_1)$	$B(\lvert\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2\rvert;t_2,t_1)$
Однорідне стаціонарне	$\xi(\boldsymbol{r};t)$	a	σ^2	$R(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2;t_2-t_1)$	$B(\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2;t_2-t_1)$
Однорідне і ізотропне, стаціонарне	$\xi(\boldsymbol{r};t)$	a	σ^2	$R(\lvert\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2\rvert;\lvert t_2-t_1\rvert)$	$B(\lvert\boldsymbol{r}_1-\boldsymbol{r}_2\rvert;\lvert t_2-t_1\rvert)$

Таблиця 3. Інформаційно-вимірювальні технології для досліджень сигналів

Види технологій	Види моделей вимірюваних сигналів
Інформаційна технологія вимірювань 1D (ТВ–1D)	a; $u(x,t)$; $\xi(\omega)$; $\xi(\omega,t)$; $\xi(\omega,x,t)$
Інформаційна технологія вимірювань 2D (ІТВ–2D)	$u(\tilde{\boldsymbol{n}},t)$; $\xi(\omega,\tilde{\boldsymbol{n}},t)$
Інформаційна технологія вимірювань 3D (ІТВ–3D)	$u(\boldsymbol{r},t)$; $\xi(\omega,\boldsymbol{r},t)$

Загальновідомо, що кожна країна має національні еталони одиниць фізичних величин. Вагомість номенклатури еталонів і характеристик їх точності оцінюються на рівні валового продукту і вважаються національною скарбницею кожної країни. Найбільш розвинені країни світу мають і найбільшу номенклатуру національних еталонів одиниць фізичних величин.

Міри математики. Теорія міри є одним із важливих для практичного застосування розділів математики, в рамках якого обґрунтовуються і визначаються методи створення різних видів мір. Міра знайшла практичне застосування як математична модель мір різних фізичних величин – маси, довжини, площі, об’єму тощо.

У загальному випадку міра є зліченно-адитивною функцією множин, яка набуває тільки невід’ємних значень, включаючи нескінченність. В математиці досліджується ціла низка мір – міри Жордана; Лебега; Лебега-Стільтьєса; стохастична міра та ін. [1, 2]. Означення міри Жордана близьке до означення площі, об’єму у просторі. Міра Лебега-Стільтьєса використовується у теорії ймовірностей. Стохастична міра є випадковою зліченно-адитивною функцією множин. Для доведення умови зліченно-адитивності стохастичної міри використовуються різні види збіжності – збіжність за імовірністю; у середньоквадратичному; з імовірністю одиниця [1]. Найбільш широке використання для теорії і практики вимірювань мають числові міри, тобто міри, які набувають числових значень.

В наш час маємо цікавий факт узагальнення міри, пов’язаний з вимірюванням. Відомо, що раніше міра приймала тільки невід’ємні числові значення. В ході розв’язання практичних задач вимірювання виникло питання: як визначити міру фізичної величини з негативним електричним зарядом, тобто як задати міру для фізичних величин, числові значення яких відображаються від’ємними числами? Простим і природним узагальненням міри, яке дозволяє зняти це протиріччя, є заряд. Термін «заряд» запозичений з фізики. У фізиці заряд відрізняється від маси тим, що маса завжди невід’ємна, а заряд може бути як позитивним, так і негативним. Така сама відмінність існує між мірою і зарядом як математичними об’єктами. Використання заряду як математичної моделі суттєво розширює межі практичного застосування методів теорії міри в метрології.

Ймовірнісна міра на прямій. Математична модель фізичної величини з областю визначення на прямій – випадкова величина $\xi(\omega),\ \omega\in\Omega$, широко використовується в теорії вимірювання [9-11].

Випадкова функція $\xi(\omega)$ повністю задається функцією розподілу

$$F_1(x) = P\{\omega\in\Omega : \xi(\omega) < x\},\ x\in R\ . \tag{6}$$

Ймовірнісна міра для $\xi(\omega)$ як функція множин не може бути безпосередньо записана у загальному вигляді, для неї породжуючою функцією є $F(x)$.

Ймовірнісна міра $P_{\mu_1}(x_1, x_2)$ визначає ймовірність того, що випадкова неперервна функція $\xi(\omega)$ набуває значень із неперервного числового інтервалу $[x_1,x_2]$, $x_1, x_2\in R$, $x_1<x_2$, тобто

$$P_{\mu_1}(x_1, x_2) = P\{\omega\in\Omega : x_1\le\xi(\omega)\le x_2\} = F_1(x_2) - F_1(x_1) \tag{7}$$

Таким чином, одновимірна ймовірнісна міра $P_{\mu 1}[x_1,x_2]\ge 0$ є невід’ємною, нормованою і безрозмірною з областю значень [0, 1].

Для більш складних випадкових функцій, наприклад, двовимірного випадкового вектора $\Xi_2(\omega) = (\xi_1(\omega), \xi_2(\omega))$, де $\{\xi_i(\omega_i),\ i=1,2\}$ – одновимірні випадкові величини, ймовірнісна міра вектора визначається також більш складно з використанням двовимірної функції розподілу вектора $F_2(x,y)$. До прикладу, двовимірна ймовірнісна міра $P_{\mu_2}(x\pm h_x,\ y\pm h_y)$ знаходження значень випадкового вектора $\Xi_2(\omega)$ у межах двовимірного числового інтервалу $(x\pm h_x,\ y\pm h_y)$ на площині (x,y) визначається виразом

$$\begin{aligned} P_{\mu_2}(x\pm h_x,\ y\pm h_y) &= F_2(x+h_x, y+h_y) + F_2(x-h_x, y-h_y) - \\ &- F_2(x+h_x, y-h_y) - F_2(x-h_x, y+h_y), \end{aligned} \tag{8}$$

де двомивірна функція розподілу

$$F_2\left\{P\{\omega\in\Omega:\xi_1(\omega)<x,\ \xi_2(\omega)<y\},\ x,y\in R\right\}. \quad (9)$$

Наведена вище міра стосуються величин, які задані на числовій прямій. В той же час значна частина завдань вимірювань пов'язана з дослідженням випадкових кутів. Останні, як математичні об'єкти, мають певну специфіку.

Ймовірнісна міра на колі. Така міра вводиться для випадкових кутів і відіграє важливу роль в багатьох предметних областях.

В загальному випадку випадковий кут з інтервалу, що перевищує $[0,\ 2\pi)$, який ще називають кумулятивним або повним кутом, тобто $\Psi(\omega)\in R$, $\omega\in\Omega$ визначається наступним чином [12]:

$$\Psi(\omega)=\left[\Psi(\omega)/2\pi\right]^{+}\cdot 2\pi+\psi(\omega),\ \ \omega\in\Omega, \quad (10)$$

З (10) витікає, що, по-перше, між кумулятивним кутом $\Psi(\omega)$ та його дробовою частиною $\psi(\omega)$ існує нелінійний функціональний зв'язок виду

$$\psi(\omega)=\Psi(\omega)\bmod 2\pi, \quad (11)$$

по-друге, в загальному випадку вимірювані кути можуть виходити за межі інтервалу, тобто областю значень випадкового кута $\Psi(\omega)$ (далі цю область позначатимемо літерою) є множина дійсних чисел *R*. Але такий загальний випадок не має практичного обґрунтування, а в більшості випадків на практиці використовується обмежені інтервали *R*. Зручну графічну інтерпретацію таких обмежених інтервалів кутів Φ дає гвинтова лінія [8] (рис. 2). Областю значень Φ є множина точок осі ОΦ. Область значень $\varphi\equiv\Phi\bmod 2\pi$ є напрямки на площині *x0y*, що визначаються точками кола одиничного радіуса, які є проекціями точок гвинтової лінії на площину *x0y*. До прикладу, напрямку вектора $\boldsymbol{\rho}$ в площині *xOy* на рис. 2 відповідає дуга *AB* довжиною *l*. Цій дузі через гвинтову лінію ставиться у відповідність одне з чисел осі ОΦ вид $\varphi+2\pi k,\ k\in Z$. Числове значення *k*, в разі необхідності вимірювання кумулятивних кутів, задається початковими умовами або в інший спосіб, який визначається особливостями фізичної реалізації експерименту з випадковими кутами.

Для коректного завдання ймовірнісної міри на колі необхідно враховувати зазначені вище особливості випадкових кутів, які суттєво відрізняють їх від випадкових величин. Ці особливості, перш за все, впливають на представлення області значень функції розподілу випадкових кутів.

Розглянемо спочатку породжуючу функцію розподілів ймовірностей випадкового кута $\Psi(\omega)$ *на розбитті* $R_{2\pi}$. Вона має наступний вид [11]

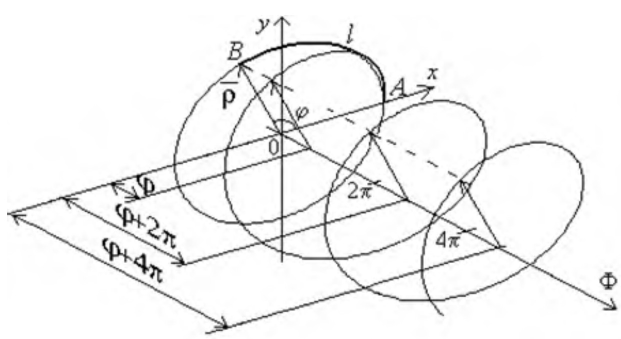
$$F(x)=G(x')+\left[x/2\pi\right]^{+}+C,\ \ x\in R_{2\pi},\ \ x'\in[0,\ 2\pi), \quad (12)$$

де розбиття дійсної числової осі представляється як

$$R_{2\pi}=\bigcup_{k=-\infty}^{\infty}\left[x_0,\ x_0+2\pi k\right),\ \ x_0\in[0,\ 2\pi). \quad (13)$$

У формулі (12) C – постійна складова, зазвичай визначається фізичними умовами проведення експериментів з кумулятивними випадковими кутами.

Породжуюча функція має такі властивості: 1) $F(x)$ монотонно не спадна; 2) $F(x)$ неперервна справа на $x\in R$ 3) $F(-\infty)\to-\infty$; 4) $F(\infty)\to\infty$ 5) $F(x')=F(x')-F(0_{-}),\ x'\in[0,2\pi)$; 6) $F(x)-x/2\pi$ є періодичною функцією з періодом 2π 7) $F(x+2\pi)-F(x)\equiv 1,\ x\in R$, тобто умова нормування для ймовірнісної міри на колі виконується для довільного інтервалу $[x,\ x+2\pi)$.



$x=\cos\Phi,\ \ y=\sin\Phi,\ \ \Phi=2\pi k+\varphi \quad k\in Z$

Рис. 2. Графічне зображення реалізації кумулятивних кутів з інтервалу більшому за $[0,\ 2\pi)$ ***за допомогою гвинтової лінії***

Характерний варіант породжуючої функції $F(x)$ для неперервного випадку наведено на рис. 3.

Особливість функції $F(x)$ (12) полягає в тому, що вона не задає безпосередньо ймовірнісну міру, а розглядається лише як породжуюча ймовірнісну міру на колі (в інтервалі $[0, 2\pi)$) функція за умови довільного визначення початку відліку кутів. Саме така задача – оцінювання статистичних характеристик випадкових кутів в інтервалі значень $[0, 2\pi)$ найчастіше зустрічається в практиці кутових вимірювань.

Функція розподілу ймовірностей випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$. На рис. 3 умовно початок відліку кутів позначений точкою x_0, а інтегральну функцію розподілу ймовірностей випадкового кута $G(x')$ на інтервалі $[0, 2\pi)$ отримують з (12) за умови вибору $C = F(x_0)$ (на рис. 3 відповідна ділянка виділена жирною кривою).

Властивості функції розподілу $G(x')$, $x' \in [0, 2\pi)$ повністю співпадають з відомими властивостями функції розподілу ймовірностей випадкової величини [11], за виключенням того факту, що $G(x')$ задана на скінченному інтервалі $x' \in [0, 2\pi)$, але на різних ділянках R.

У практиці дослідження випадкових кутів часто обґрунтованою є наступна статистична гіпотеза: для всіх значень k функція $G(x')$ є незмінною, тобто $G_k(x') \equiv G(x')$, $\forall k \in Z$, де $G_k(x')$ – функція розподілу $\psi_k(\omega)$ на $[0, 2\pi)$ для довільного значення $k \in Z$.

Ймовірнісна міра $P_\psi(x_1, x_2)$ на колі задає ймовірність того, що випадковий кут $\Psi(\omega)$ набуває значень із певного неперервного числового інтервалу $[x_1, x_2]$, $x_1, x_2 \in R$, $x_1 < x_2$. Вона може бути визначена через породжуючу функцію $F(x)$ (або через функцію $G(x')$).

$$P_\psi(x_1, x_2) = P\{\omega \in \Omega : x_1 < \Psi(\omega) \le x_2\} = \begin{cases} 0, & x_2 \le x_1, \\ F(x_2) - F(x_1), & x_1 \le x_2 < x_1 + 2\pi, \\ 1, & x_2 > x_1 + 2\pi. \end{cases} \qquad (14)$$

Із наведених властивостей функції $F(x)$, $x \in R$ витікає, що монотонно неспадна функція $F(x)$ має однакові прирости – $F(x - 2\pi(k+1)) - F(x - 2\pi k) = 1$ $\forall k \in Z$, що не суперечить властивості нормованості ймовірнісної міри для випадкового кута $\psi(\omega)$ на інтервалі $[0, 2\pi)$.

Щільність розподілу ймовірностей $p(x)$ *випадкового кута* $\psi(\omega)$ *на* $[0, 2\pi)$. Функція для абсолютно неперервних законів розподілу на колі не тільки має деякі властивості, які співпадають з властивостями функції $p(x)$ на прямій, але й має ряд відмінних від них.

Для неперервних функцій $G(x')$ і $F(x)$ випадкових кутів маємо

$$G(x_2) - G(x_1) = F(x_2 + 2\pi k) - F(x_1 + 2\pi k) = \int_{x_1}^{x_2} p(y)\,dy, \quad x_1, x_2 \in [0, 2\pi), \quad k \in Z. \qquad (15)$$

Функція $p(x)$ називається щільністю розподілу ймовірностей випадкового кута $\psi(\omega)$ на $[0, 2\pi)$ і має наступні властивості: 1) $p(x + 2\pi) = p(x)$, тобто $p(x)$ є періодичною функцією з періодом 2π; 2) $p(x) \ge 0$, $x \in [0, 2\pi)$; 3) $\int_0^{2\pi} p(x)dx = \int_{2\pi k}^{2\pi(k+1)} p(x)dx = 1$, $k \in Z$.

Існування на колі операції додавання за модулем 2π обумовлює властивість періодичності законів

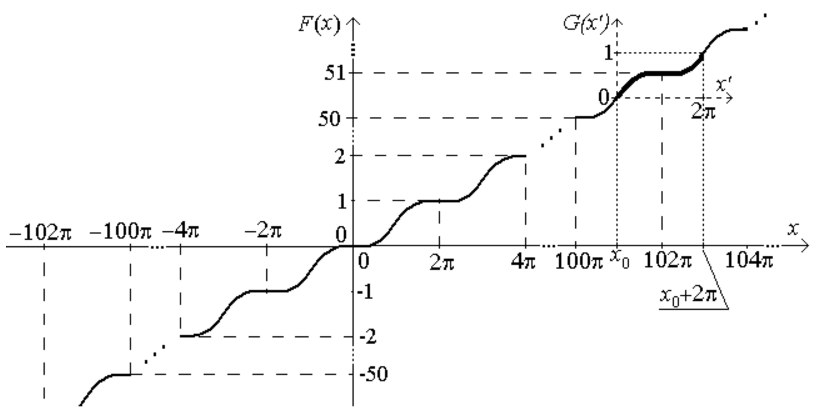


Рис. 3. Приклад графіку породжуючої функції $F(x)$

щільності розподілу ймовірності випадкового кута, чим вони суттєво відрізняються від розподілів ймовірності випадкових величин [13]. Врахування цієї особливості є обов'язковою умовою коректного статистичного опрацювання кутових даних. На рис. 4 зображено загальний вигляд щільності розподілу ймовірності $p(\theta),\ \theta \in (-\infty,\ \infty)$ випадкового кута $\psi(\omega)$.

Графік на рис. 4 побудовано за умов апріорної невизначеності розташування початку інтервалу вимірювання $[\theta_п,\ \theta_п + 2\pi)$ з початком в точці $\theta_п$, і для якого виконується умова нормування:

$$\int_{\theta_i}^{\theta_i+2\pi} p(\theta) d\theta = 1 \qquad (16)$$

Щільність розподілу ймовірності $p(\theta)$ (рис. 4) періодична з періодом 2π. В теорії статистичного аналізу кутових даних такі розподіли називають *одночастотними* [8, 13]. *Багаточастотні* розподіли мають період менший за 2π в певне ціле число разів.

Ймовірнісну міру можна задати і через функцію $p(x)$. Періодичний характер цієї функції обумовлює особливість визначення ймовірностей для розподілених на колі випадкових кутових величин. Ймовірность P_q події ω_q з простору Ω, яка полягає в тому, що випадковий кут $\psi(\omega)$ набуде значення в інтервалу $[x_q(\operatorname{mod} 2\pi), x_{q+1}(\operatorname{mod} 2\pi))$, $x_q, x_{q+1} \in R$ визначається наступним чином:

$$P_q = \begin{cases} P\{x_q(\operatorname{mod} 2\pi) \le \psi(\omega) < x_{q+1}(\operatorname{mod} 2\pi)\},\ [x_q/2\pi]^+ = [x_{q+1}/2\pi]^+; \\ P\{0 \le \psi(\omega) < x_{q+1}(\operatorname{mod} 2\pi)\} + \\ +P\{x_q(\operatorname{mod} 2\pi) \le \psi(\omega) < 2\pi\},\ \lceil x_q/2\pi \rceil^+ = \lceil x_{q+1}/2\pi \rceil^+ + 1. \end{cases} \qquad (17)$$

Заряд як міра. Для розкриття суті поняття «заряд» використано вимірний топологічний простір, як спосіб формалізації числових даних вимірювань [14]. Побудову вимірного топологічного простору із зарядом як об'єкту теорії міри виконано поетапно.

1. Задається числова множина даних вимірювань X з елементами $x \in X$. До прикладу, множина X – дискретна послідовність даних вимірювань, може бути отримана з використанням різних мір, включаючи і заряд.

2. Кожному елементу $x \in X$ ставиться у відповідність окіл $U(x)$, як система відкритих множин. Кожному значенню послідовності даних вимірювань відповідає окіл, розмір якого визначається інтегрально невизначеностями фізичної величини і засобу вимірювання.

3. Будується система відкритих множин $Z, U(x) \in Z, x \in X$, яка іменується топологією. Топологію можна використати для прогнозу даних вимірювання.

4. Пара (X, Z) називається топологічним простором, якщо виконуються такі дві умови:

а) для $\forall x \in X$ має місце

$$\exists U(x) \in Z; \qquad (18)$$

б) для $\forall x \in X$ і $(U(x), V(x))$ має місце

$$\exists W(x) \in Z,\ \text{де}\ W(x) \subseteq U(x) \bigcap V(x). \qquad (19)$$

В основному виконання наведених умов – це формування алгебри Z підмножин X для формалізації побудови топологічного простору.

5. Топологічний простір (X, Z) іменується вимірним, якщо для нього крім виконання умов (18) і (19) додатково клас підмножин Z є σ-алгеброю. Виконання додаткової умови включаючи і зліченний (нескінченність) випадок є важливим для коректної формалізації з метою врахування всіх можливих випадків класу підмножин Z.

6. Топологічний простір (X, Z) іменується *хаусдорфовим* [14], якщо для нього крім виконання умов (а) і (б) додатково виконується наступна умова:

в) для $\forall x, y \in X$ має місце

$$\exists [U(x), U(y)] \in Z:\ U(x) \bigcap U(y) = \varnothing,\ x \neq y \qquad (20)$$

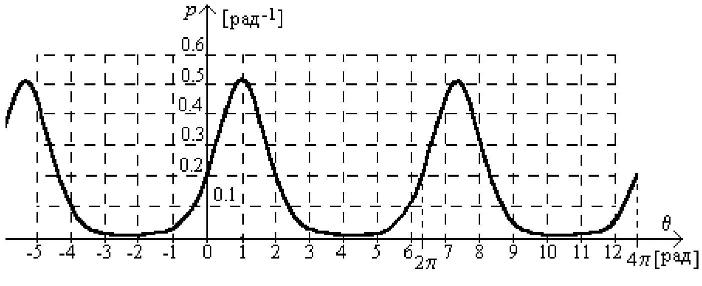


Рис. 4. Загальний вигляд щільності розподілу ймовірності кумулятивного випадкового кута

Властивість хаусдорфового топологічного простору – кожна пара точок такого простору має околи, які не перетинаються згідно аксіоми відокремлення Хаусдорфа, має принципово важливе значення для оброблення даних вимірювання. Саме завдяки їй два значення, отримані з урахуванням роздільної здатності засобу вимірювання, можна вважати різними.

7. Дійсна функція $q(A)$ задана у просторі X на σ-алгебрі підмножин Z як

$$q(A) \subseteq R, A \in Z, \tag{21}$$

для якої виконуються наступні умови:

- $q(\varnothing) = 0$;

- функція q є зліченно-адитивною, тобто для $A = \sum_{i=0}^{\infty} A_i, A_i \bigcap A_j = \varnothing, i \neq j$ має місце

$$q\left(\sum_{i=0}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=0}^{\infty} q(A_i) . \tag{22}$$

З цих умов витікає, що заряд як міра відповідає всім її умовам за виключенням умови невід’ємності: заряд q може мати як від’ємні (негативні) так і додатні (позитивні) значення. Ця властивість важлива для реалізації одиниць фізичних величин, які можуть мати різні знаки.

8. Сукупність (X, Z, q) іменується *вимірним топологічним простором із зарядом*. Ця сукупність є математичною моделлю для реалізації мір метрології.

Фізичні міри. Сучасна трактовка поняття міри фізичної величини для прикладних технічних застосувань формувалась починаючи з 17 ст., коли процедури вимірювання стали методологічно значущими і вкрай важливими для розвитку матеріального виробництва, а номенклатура вимірюваних фізичних величин стрімко збільшувалась.

Під мірою фізичної величини розуміється деяка числова функція $\mu(\cdot)$, що ставить у відповідність кожній підмножині A з множини значень фізичної величини X деяке невід’ємне (в загальному випадку іменоване) число $N = \mu(A)$. Для міри фізичної величини має місце аксіоматика міри множин. Певна відмінність пов’язана з необхідністю вимірювання іменованих та від’ємних за значенням фізичних величин. Остання особливість визначається вибором нуля шкали вимірювання і формально може бути врахована штучним введенням, за певною логічною умовою, знака «–», або врахуванням певної константи C: $\mu(A) = \mu(A) - C$. До прикладу, у випадку переходу від абсолютної температури до температури за шкалою Цельсія маємо C=273,15 К.

Характерною властивістю фізичних величин є можливість їх вимірювання, тобто порівняння розміру фізичної величини з інтервалу $[x_j,\ x_{j+1})$ з величиною того ж роду і визначеного розміру, який за домовленістю прийнятий за одиницю вимірювання. Методологічно використання мір множин для вимірювань обґрунтовується наступним чином. Розмір фізичної величини, внаслідок дії сукупності різних обтяжуючих факторів, не може бути визначений з як завгодно високою точністю. Тому весь динамічний діапазон вимірювання скалярної фізичної величини X, доцільно розбити на напівінтервали $[x_j,\ x_{j+1})$, $j = 1, 2, 3, \ldots$, що не перетинаються. Кожний з останніх уявляє певну множину розмірів фізичної величини. На сукупності таких множин будується числова функція з властивостями міри.

В результаті вимірювання отримують неіменоване число N , що виражає відношення розміру x вимірюваної величини X до міри $\mu(1_x)$, визначеної для заданої одиничної множини 1_x значень X . Вибір 1_x і $\mu(1_x)$ встановлюються за домовленістю і обґрунтовується в межах прийнятої системи одиниць фізичних величин. Головна мета вимірювання – встановлення значення фізичної величини X як кількісної оцінки її розміру [2, 5]

$$Y = N \cdot \mu(1_x) , \tag{23}$$

реалізується на основі відтворення матеріальною мірою розміру фізичної величини. В рівнянні (23) не враховано похибки вимірювання і відтворення розміру фізичної величини. Ілюстрація процесу вимірювання скалярної величини X у випадку, якщо $\mu(\cdot)$ задана ступінчастою функцією, наведено на рис. 5а.

З рис. 5, а видно, що будь-який розмір фізичної величини з множини її значень в межах кожного з напівінтервалів відображається одним іменованим числом. Однозначні міри фізичних величин відтворюють один її розмір, багатозначні – декілька розмірів. В цілому міри фізичних величин є зовнішніми по відношенню до предмету вимірювання.

Тепер розглянемо особливості мір кутових величин, які мають певну специфіку.

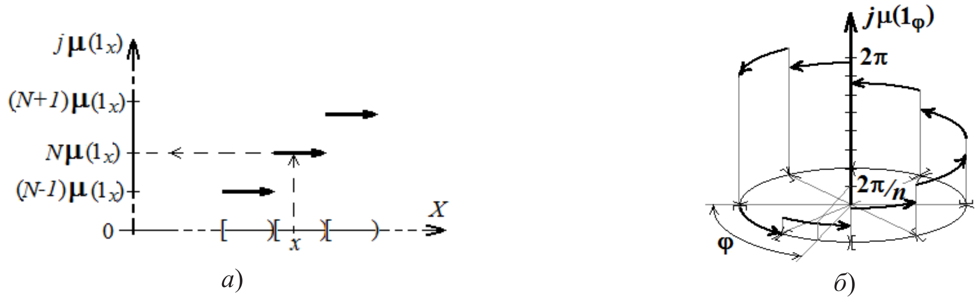


Рис. 5. Графічна ілюстрація процесу вимірювання фізичних величин розподілених на прямій (а) та на колі (б)

Відомо, що для кола з скінченним значенням радіуса величина центрального кута визначається як відношення довжини дуги, на яку спирається цей кут, до довжини радіусу цього кола. Величина повного центрального кута дорівнює 2π. Природно, що в основу визначення міри кута покладено число 2π. Міра кута – число 2π чи його доля, може відтворюватись або фізично за допомогою кругових шкал чи лімбів (що має місце, до прикладу в квадрантах, транспортирах, секстантах тощо), або математично на основі спеціальних розрахунків засобами обчислювальної техніки з практично необмеженою точністю незалежно від місця і часу проведення вимірювань [15]. Останнє робить кутові (та фазові) вимірювання особливо привабливими з огляду на забезпечення єдності вимірювань та досягнення високих показників точності.

Ілюстрація процесу вимірювання плоского кута у випадку, якщо його міра $\mu(1_\varphi)$ задана ступінчастою функцією, наведено на рис. 5,б. В цілому формування значення вимірюваного кута відбувається аналогічно (23) з тією відмінністю, що ступінчаста функція задається в циліндричній системі координат. Суттєва особливість формування міри для кутових вимірювань полягає в тому, що область значень кута визначається через коло – замкнену криву. Кутам 0 і 2π відповідає одна точка кола, в якій міра кута має стрибок на 2π.

Концепція узгодження фізичних та ймовірнісних мір у вимірюваннях. В основі всіх методів вимірювання покладено ідею відображення множини значень вимірюваних величин, якості об'єктів у число – іменоване чи неіменоване. Це дає змогу формалізувати результати вимірювання і застосувати математичні методи їх опрацювання.

У випадку, коли досліджується дія фізичних законів за відомих умов, виконується теоретичний аналіз математичних формул, рівнянь вимірювань у макросвіті, відображення множин значень якостей об'єктів чи процесів та множин чисел вважають ізоморфним. Доведення або обґрунтування ізоморфізму для вимірювань відіграє фундаментальну роль. Це пов'язано з наступним. У загальному випадку задача вимірювання є оберненою задачею теорії сигналів і систем. У разі доведення ізоморфізму розв'язок такої задачі існує.

У вимірювальному експерименті множина M значень властивостей об'єкта дослідження гомоморфна множині $M`$ параметрів та характеристик отримуваних інформаційних сигналів. Властива гомоморфізму невзаємооднозначність відображення в загальному випадку дає змогу розв'язувати прямі завдання теорії вимірювань (моделювання) і ускладнює розв'язання обернених завдань (отримання результатів вимірювання). Завданням прямої задачі є відшукання наслідків відомих або заданих причин (інформаційних сигналів як функції певних властивостей об'єкту контроля (ОК)), тобто "вздовж" причинно-наслідкових зв'язків (рис. 6).

Обернені задачі полягають у визначенні причин (властивостей об'єктів за відомими сигналами), тобто в напрямку "проти" причинно-наслідкових зв'язків. Прямі задачі виникають на етапі проектування, аналізу засобу вимірювання, а обернені – під час вимірювання (контролю).

Спільне використання фізичної і ймовірнісної мір для формування результату вимірювання дає змогу певною мірою подолати проблему гомоморфізму вимірювань (рис. 7).

Фізична міра дає тільки одне число (чи вектор у випадку багатомірних вимірювань). Результат вимірювання, як вектор, утворений певним набором приписаних вимірюваній величині значень разом з іншою суттєвою інформацією, формується за допомогою ймовірнісної міри. Дамо до структури на рис. 7 такі коментарі.

1. Сенсор може виконувати перетворення фізичної величини g в іншу – $K(g)$, для якої значно легше створити міру М1, що відтворює одиницю її розміру – $K_0(g)$.

2. Застосування міри М1 до розміру $K(g)$, в загальному випадку вимірювання поля в точці простору з

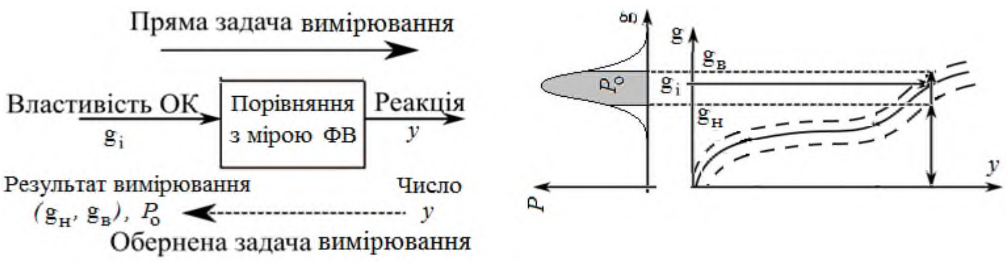


Рис. 6. Схематична ілюстрація формування результату вимірювання

($g_{à}$, $g_{і}$ – верхня і нижня межі невизначеності)

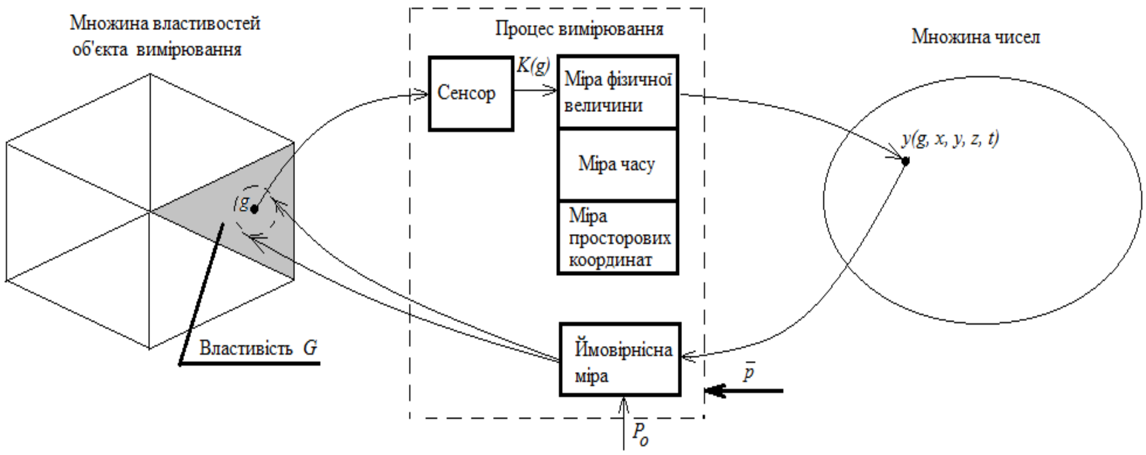


Рис. 7. Спільне використання фізичної і ймовірнісної мір у вимірюваннях

Декартовими координатами (*x, y, z*) в момент часу t дає іменоване число

$$y(g,x,y,z,t) = \left[K(g,x,y,z,t)/K_0(g)\right]^{+} \quad . \tag{24}$$

3. Внаслідок дії вектора $\bar{p}$ неврахованих випадкових факторів обернене перетворення $y \to g$ дає не одне значення, а множину значень з певного околу.

4. Результат вимірювання отримуємо не тільки як наслідок застосування технічних засобів порівняння розміру вимірюваної фізичної величини зі значенням, прийнятим за одиницю її вимірювання, але й як результат застосування ймовірнісної міри, певного математичного апарату та математичної статистики.

Отже, отримання змістовного результату вимірювання ґрунтується на використанні узгодженої, нерозривно поєднаної сукупності фізичних та ймовірнісних мір.

Використання мір в інформаційно-вимірювальних системах (ІВС). Вирішення завдання забезпечення однорідності і стаціонарності міри в теорії ІВС в кожному конкретному випадку вимірювання має свою специфіку і характерні особливості [8, 18-23]. В той же час можна виділити загальні види міри для використання в ІВС:

М1 – міра одиниці фізичної величини;

М2 – міра одиниці просторових координат місця проведення вимірювань;

М3 – міра одиниці часу проведення вимірювань;

М4 – ймовірнісна нормована міра точності вимірювань;

М5 – міра захисту інформації конкретного процесу вимірювань.

На рис. 8 наведено схематичне зображення використання вказаних мір в процесі перетворення вимірювальної інформації функціональними модулями ІВС.

Частинний випадок захисту інформації – підвищення завадостійкості вимірювань, застосовується практично для всіх процесів вимірювань. У структурі ІВС, зазвичай, є модуль фільтрації сигналів, що забезпечує підвищення відношення сигнал/завада на виході ІВС.

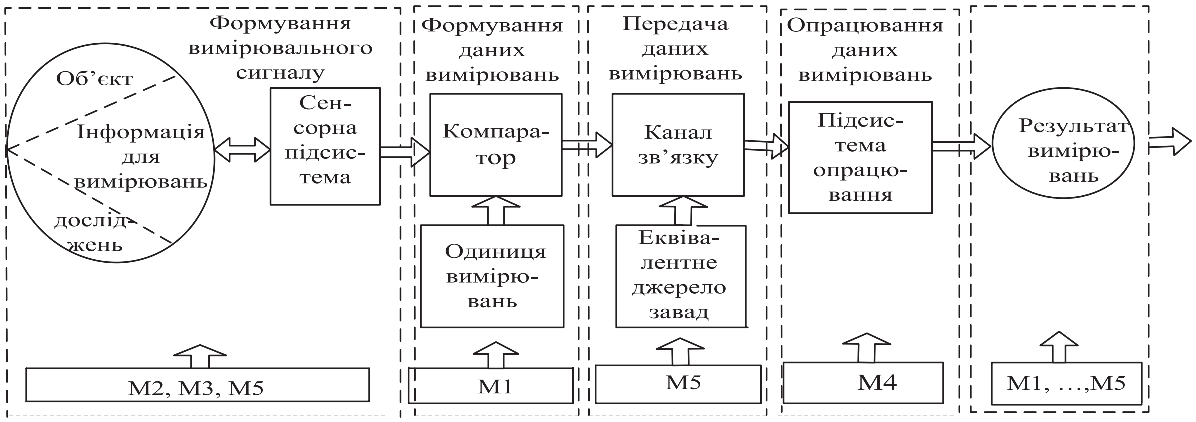


Рис. 8. Схематичне зображення використання різних мір в структурі процесу перетворення вимірювальної інформації в ІВС

У випадку вимірювань n>1 фізичних величин є n мір типу М1 одиниць досліджуваних величин. Перші три міри М1-М3 є фізичними мірами (у загальному випадку маємо набір n+2 мір). Однорідність і стаціонарність таких мір визначаються характеристиками технічних засобів їх формування.

Ймовірнісна нормована міра є нефізичною мірою, а мірою сукупності дії різних випадкових факторів на значення і характеристики даних і результату вимірювань під час їх проведення. Використання ймовірнісної міри у статистичному опрацюванні даних вимірювання дає можливість підвищити точність результату вимірювань у порівнянні з точністю даних вимірювань.

Міра захисту інформації при вимірюваннях є комплексною. Міра формується значною кількістю факторів, дія більшості з яких має випадковий характер. Це дає можливість визначати таку міру як ймовірнісну, яка може бути застосована як для окремих операцій, наприклад передачі даних вимірювань по каналах зв'язку, реєстрації результату вимірювань, так і для всього процесу вимірювання у цілому.

Значення і точність вказаних п'яти мір трансформується відповідно у значення точність даних і результатів вимірювань ІВС.

Висновки

Стохастичний підхід в теорії вимірювань набуває особливого значення у випадку вимірювань фізичних величин, що мають яскраво виражену ймовірнісну природу, наприклад, у випадку нановимірювань, дослідженні квантових ефектів тощо.

На сьогодні використання міжнародної системи одиниць СІ на квантовому рівні і концепції невизначеності для оцінювання результатів вимірювання, які є фундаментом практики вимірювання, потребує проведення широкого кола теоретичних та імітаційних досліджень процесів вимірювання у різних предметних областях для формування єдиної методології вимірювання.

У роботі наведено особливості методології використання мір для оцінювання результатів вимірювання фізичних величин, які відображають лише одну з основних науково-технічних проблем вимірювань, як складного процесу поєднання теорії та практики.

Розглянуто приклади ймовірнісних мір на прямій, на колі і заряду, а також фізичних мір метрології та запропоновано концепцію узгодження фізичних та ймовірнісних мір з метою єдиного підходу для оцінювання результату і характеристик невизначеності вимірювань.

Розглянуто важливий для теорії та практики вимірювань приклад використання сукупності фізичних та ймовірнісних мір у апаратно-програмних модулях інформаційно-вимірювальних систем.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Халмош П.* Теория меры / Пер. с англ. под ред. С.В. Фомина. М.: Факториал Пресс, 2003. - 256 с.

2. *Дорожовець М., Мотало В., Стадник Б.* та ін. [за ред. Стадника Б.]. Основи метрології. Том 1. - Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2005. - 532 с.

3. *Моделі та міри* у вимірюваннях: Монографія / В.П. Бабак, В.С. Єременко, Ю.В. Куц, М.В. Мислович, Л.М. Щербак; за ред. чл.-кор. НАН України В.П. Бабака.– К.: Наукова думка, 2019. – 208 с. http://ittf.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/05/monogr-2019.pdf

4. *JCGM* 200:2012. International vocabulary of metrology. Basic and general concepts and associated terms

(VIM), 3rd edition 2008 version with minor corrections 2012. – 91 p.

5. *JCGM* 100:2008. Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement, Joint Committee for Guides in Metrology. 2008

6. *Чинцов В.М.* Основи метрології та вимірювальної техніки (навчальний посібник). Харків: НТУ «ХПІ», 2005. - 524 с.

7. *Babak V.P., Babak S.V., Myslovych M.V., Zaporozhets M.V., Zvarych V.M.* Information Provision of Diagnostic Systems for Energy Facilities [edited by Corresponding Member of the NAS of Ukraine V.P. Babak]. Kyiv: Akademperiodyka, 2018. - 132 p. https://doi.org/10.15407/akademperiodyka.353.134

8. *Апаратно-програмне* забезпечення моніторингу об'єктів генерування, транспортування та споживання теплової енергії: Монографія /В.П. Бабак, В.С.Берегун,З.А.Буроватаін.;заред.чл.-кор.НАНУкраїни В.П. Бабака / – К.: ІТТФ НАН України, 2016. – 298 с.

http://ittf.kiev.ua/wp-content/uploads/2016/01/monografija-24.10.2016_kor.pdf

9. *Бабак В.П., Бабак С.В. Єременко В.С.* та ін. Теоретичні основи інформаційно-вимірювальних систем: Підручник [за редакцією чл.-кор. НАН України В.П. Бабака]. К.: Ун-т новітніх технологій; НАУ, 2017. - 496 с.

10. *Файнзильберг Л.С.* Информационные технологии обработки сигналов сложной формы. Теория и практика. К.: Наукова думка, 2008. - 334 с.

11. *Babak V.P., Babak S.V., Myslovych M.V., Zaporozhets A.O., Zvaritch V.M.* Methods and Models for Information Data Analysis. In: Diagnostic Systems for Energy Equipments. Syst. Decis. Control 281. – Springer, 2020. – Pp. 23-70. https://doi.org/10.1007/978-3-030-44443-3_2

12. *Kalsi H.S.* Electronic instrumentation. New Delhi: Tata McGraw-Hill Education, 2012. - 829 p.

13. *Omondi A., Premkumar B.* Residue Number Systems. Theory and Implementation. London: Imperial College Press, 2007. - 296 p.

14. *Мардиа К.* Статистический анализ угловых наблюдений. – М.: Наука, 1979. – 240 с.

15. *Petter S., DeLone W., McLean E.* Measuring information systems success: Models, dimensions, measures, and interrelationships. European Journal of Information Systems. 2008. Vol. 17, № 3. - P. 236-263. https://doi.org/10.1057/ejis.2008.15

16. *Diduk N.N.* Uncertainty theory: Purpose, first results, and prospects. I. Cybernetics and System Analysis. 1993. Vol. 29. Issue 4. - P. 606-612. https://doi.org/10.1007/BF01125877

17. *Napolitano A.* Generalizations of cyclostationary signal processing: Spectral analysis and applications. Wiley-IEEE Press, 2012. - 492 p.

18. *Zvarich V. N.* Peculiarities of finding characteristic functions of the generating process in the model of stationary linear AR (2) process with negative binomial distribution. Radioelectronics and Communications Systems. 2016. Vol. 59. № 12. - P. 567-573. https://doi.org/10.3103/S0735272716120050

19. *Hurd H., Makagon A., Miamee A.G.* On AR (1) models with periodic and almost periodic coefficients. Stochastic processes and their applications. 2002. Vol. 100. № 1. - P. 167-185.

https://doi.org/10.1016/S0304-4149(02)00094-7

20. *Knopov P.S.* Some applied problems from random field theory. Cybernetics and System Analysis. 2010. Vol. 46. Issue 1. - P. 62-71. https://doi.org/10.1007/s10559-010-9184-3

21. *Sakhnyuk I.A.* Substantiation of a criterion of metrological reliability of measuring instruments. Cybernetics and System Analysis. 2008, Vol. 44, Issue 4. - P. 787-790.

https://doi.org/10.1007/s10559-008-9050-8

22. *Cristiani E., Piccoli, B., Tosin, A.* Basic Theory of Measure-Based Models. Multiscale Modeling of Pedestrian Dynamics. MS&A (Modeling, Simulation and Applications). Vol. 12. Springer, Cham. - P. 137-168. https://doi.org/10.1007/978-3-319-06620-2_6.

23. *Zaporozhets A.O., Redko O.O., Babak V.P., Eremenko V.S., Mokiychuk V.M.* Method of indirect measurement of oxygen concentration in the air. Scientific Bulletin of National Mining University. 2018, Issue 5. - P. 105-114. https://doi.org/10.29202/nvngu/2018-5/14

MODELS AND MEASURES IN THEORY AND PRACTICE OF MEASUREMENTS

Babak V.P. [1], Zaporozhets A.A. [1], Kuts Y.V. [2], Scherbak L.M. [2]

[1] *Institute of Engineering Thermophysics of NAS of Ukraine, 2a, M. Kapnist str., Kyiv, 03057, Ukraine*

[2] *National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37, Prosp. Peremohy, Kyiv,*

https:doi.org/10.31472/ttpe.4.2020.1

It is known that deterministic and probabilistic models of measured quantities, processes and fields, as well as physical and probabilistic measures, make it possible to form a measurement result, to provide it with the properties of objectivity and reliability. On their basis, the measuring instruments necessary for obtaining new knowledge and main-taining the process of technological development of production are being developed and improved. Therefore, the issues of improving and developing models and measures in measurement methodology play an increasingly important role in achieving high measurement accuracy and expanding the areas of their application. The article is devoted to the features and results of the study of the application of models and measures in measurements.

It is shown that the physical correctness and the need for setting up measuring experiments, performing tasks and conditions for their implementation, substantiating adequate models and measures significantly affect the obtained measurement result. The features of the modern methodology of using models of signals and fields and measures for evaluating the results of measuring physical quantities, including thermophysical ones, which are represented by random quantities and angles are presented. In the general case, a measure is a countably additive set function that acquires only negative values in any way, including infinity. The use of charge as a mathematical model significantly expands the boundaries of the practical application of the methods of measure theory in metrology. Examples of probabilistic measures on a straight line, on a circle and a charge, as well as physical measures are considered. The concept of coor-dination of physical and probabilistic measures has been substantiated with the aim of a unified approach to assessing the measurement result. The joint use of physical and probabilistic measures for the formation of a measurement result allows to a certain extent overcome the problem of measurement homomorphism. An example of using a set of physical and probabilistic measures in the hardware and software modules of information and measuring systems is given. The probabilistic normalized measure is a non-physical degree, but a measure of the totality of the action of various random factors on the value and characteristics of data and the result of measurements when they are carried out. The use of a probabilistic measure in the statistical processing of measurement data makes it possible to increase the accuracy of the measurement result compared to the accuracy of the measurement data.

The degree of information protection during measurements is complex. The measure is formed by many factors, the action of most of which is of a random nature. This makes it possible to determine such a measure as probabilistic, which can be applied both for individual operations, for example, transmission of measurement data via communication channels, registration of the measurement result, and for the entire measurement process as a whole.

The stochastic approach in the theory of measurements is of particular importance in the case of measurements of physical quantities that have a pronounced probabilistic nature, for example, in the case of nano-measurements, the study of quantum effects, and the like.

Currently, the use of the SI international system of units at the quantum level and the concept of uncertainty for evaluating measurement results, which are the foundation of measurement practice, requires a wide range of theoretical and simulation studies of measurement processes in various subject areas to form a unified measurement methodology.

References 23, tables 3, figures 8.

Key words: signal and field model, probabilistic measure on a straight line, probabilistic measure on a circuit, charge, measurement result.

1. *Halmos P.* Measure theory / Per. from English. ed. S.V. Fomina. M.: Publishing house "Factorial Press", 2003. - 256 p.

2. *Dorozhovets M., Motalo V., Stadnyk B.* and others. [for ed. Stadnik B.]. Fundamentals of metrology. Volume 1. Lviv: Lviv Polytechnic National University Publishing, 2005. - 532 p.

3. *Models and measures* in measurements: Monograph / V.P. Babak, V.S. Yeremenko, Yu.V. Kuts, M.V. Myslovych, Л.M. Scherbak; for order Corresponding Member NAS of Ukraine V.P. Babak. K.: Naukova dumka, 2019. - 208 p. http://ittf.kiev.ua/wp-content/uploads/2020/05/monogr-2019.pdf

4. *JCGM* 200:2012. International vocabulary of metrology. Basic and general concepts and associated terms (VIM), 3rd edition 2008 version with minor corrections 2012. - 91 p.

5. *JCGM* 100:2008. Evaluation of measurement data. Guide to the expression of uncertainty in measurement, Joint Committee for Guides in Metrology. 2008

6. *Chintsov VM* Fundamentals of metrology and measuring equipment (textbook). Kharkiv: NTU "KhPI", 2005. 524 p.

7. *Babak V.P., Babak S.V., Myslovych M.V., Zaporozhets M.V., Zvarych V.M.* Information Provision of Diagnostic Systems for Energy Facilities [edited by Corresponding Member of the NAS of Ukraine V.P. Babak]. Kyiv: Akademperiodyka, 2018. - 132 p. https://doi.org/10.15407/akademperiodyka.353.134

8. *Hardware and* software for monitoring the objects of generation, transportation and consumption of thermal energy: Monography /V.P. Babak, V.S. Beregun, Z.A. Burova and others; for order Corresponding Member NAS of Ukraine V.P. Babak / K, IETP NAS of Ukraine, 2016. - 298 p.

http://ittf.kiev.ua/wp-content/uploads/2016/01/monografija-24.10.2016_kor.pdf

9. *Babak V.P., Babak S.V., Yeremenko V.S.* etc. Theoretical foundations of information and measurement systems: Textbook [edited by Corresponding Member NAS of Ukraine V.P. Babak]. K.: University of New Technologies; NAU, 2017. - 496 p.

10. *Fainzilberg L.S.* Information technologies for processing signals of complex shapes. Theory and practice. K.: Naukova dumka, 2008. - 334 p.

11. *Babak V.P., Babak S.V., Myslovych M.V., Zaporozhets A.O., Zvaritch V.M.* Methods and Models for Information Data Analysis. In: Diagnostic Systems for Energy Equipments. Syst. Decis. Control 281. Springer, 2020. - Pp. 23-70. https://doi.org/10.1007/978-3-030-44443-3_2

12. *Kalsi H.S.* Electronic instrumentation. New Delhi: Tata McGraw-Hill Education, 2012. - 829 p.

13. *Omondi A., Premkumar B.* Residue Number Systems. Theory and Implementation. London: Imperial College Press, 2007. - 296 p.

14. *Mardia K.* Statistical analysis of angular observations. M.: Nauka, 1979. - 240 p.

15. *Petter S., DeLone W., McLean E.* Measuring information systems success: Models, dimensions, measures, and interrelationships. European Journal of Information Systems. 2008. Vol. 17, № 3. - P. 236-263.

https://doi.org/10.1057/ejis.2008.15

16. *Diduk N.N.* Uncertainty theory: Purpose, first results, and prospects. I. Cybernetics and System Analysis. 1993. Vol. 29. Issue 4. - P. 606-612. https://doi.org/10.1007/BF01125877

17. *Napolitano A.* Generalizations of cyclostationary signal processing: Spectral analysis and appli-cations. Wiley-IEEE Press, 2012. - 492 p.

18. *Zvarich V. N.* Peculiarities of finding characteristic functions of the generating process in the model of stationary linear AR (2) process with negative binomial distribution. Radioelectronics and Communications Systems. 2016. Vol. 59. № 12. - P. 567-573. https://doi.org/10.3103/S0735272716120050

19. *Hurd H., Makagon A., Miamee A.G.* On AR (1) models with periodic and almost periodic coeffi-cients. Stochastic processes and their applications. 2002. Vol. 100. № 1. - P. 167-185. https://doi.org/10.1016/S0304-4149(02)00094-7

20. *Knopov P.S.* Some applied problems from random field theory. Cybernetics and System Analysis. 2010. Vol. 46. Issue 1. - P. 62-71. https://doi.org/10.1007/s10559-010-9184-3

21. *Sakhnyuk I.A.* Substantiation of a criterion of metrological reliability of measuring instruments. Cybernetics and System Analysis. 2008, Vol. 44, Issue 4. - P. 787-790.

https://doi.org/10.1007/s10559-008-9050-8

22. *Cristiani E., Piccoli, B., Tosin, A.* Basic Theory of Measure-Based Models. Multiscale Modeling of Pedestrian Dynamics. MS&A (Modeling, Simulation and Applications). Vol. 12. Springer, Cham. - P. 137-168.

https://doi.org/10.1007/978-3-319-06620-2_6.

23. *Zaporozhets A.O., Redko O.O., Babak V.P., Eremenko V.S., Mokiychuk V.M.* Method of indirect measurement of oxygen concentration in the air. Scientific Bulletin of National Mining University. 2018, Issue 5. - P. 105-114. https://doi.org/10.29202/nvngu/2018-5/14

Отримано 04.09.2020

Received 04.09.2020