

УДК: 532.536

ПРИРОДНА КОНВЕКЦІЯ РЕАЛЬНОГО ГАЗУ БІЛЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ НАГРІТОЇ СТІНКИ

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, Ковецька М.М., канд. техн. наук,
Дмитренко Н.П., канд. техн. наук, Ковецька Ю.Ю., докт. філософ.

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, м. Київ 03680, Україна

<https://doi.org/10.31472/tpe.4.2022.3>

Розглянуто задачу теплообміну за природної конвекції газу Ван дер Ваальса біля вертикальної пластини, що обігривається. Отримано стаціонарне рішення задачі на основі аналізу симетрії. Показано вплив зміни параметрів Ван дер Ваальса на коефіцієнти тепловіддачі.

The problem of heat transfer in the case of natural convection of van der Waals gas near a vertical heated plate is considered. A stationary solution of the problem is obtained based on the analysis of symmetries. The effect of changing the van der Waals parameters on the heat transfer coefficients is shown.

Бібл. 14, рис. 4.

Ключові слова: теплообмін, природна конвекція, реальний газ.

g – гравітаційне прискорення;
 p – тиск;
 R – газова постійна;
 T – температура;
 u – повздовжня швидкість;
 v – поперечна швидкість;
 V – об'єм;
 x – повздовжня координата;
 y – поперечна координата;
 α – коефіцієнт тепловіддачі;
 δ – товщина пристінного шару;

ν – кінематична в'язкість;
 ρ – густина;
 Nu – число Нуссельта;
 Pr – число Прандтля.

Індекси нижні:

0 – ідеальний газ;
 w – значення параметрів на стінці;
 ∞ – значення параметрів на зовнішній межі пристінного шару.

В останнє десятиріччя проводяться дослідження з інтенсифікації теплообміну природної конвекції реального газу для геотермальних систем, сонячних колекторів, холодильної техніки [1,2]. Результати дослідження теплообміну природної конвекції в двофазних потоках представлені в роботах [3-6]. Конвективний теплообмін в пористих середовищах розглянуто в роботах [7-9]. В роботі [10] визначені умови створення дрібномасштабних структур надкритичної рідини Ван дер Ваальса. Показана різниця при формуванні структур для ідеального і реального газу. Результати дослідження гідродинаміки і теплообміну в теплоносіях з нелінійною залежністю густини від температури свідчать, що коефіцієнти тепловіддачі істотно залежать від ефектів стисливості середовища [11, 12]. Особлива увага в роботах приділяється дослідженню процесів теплообміну в області нелінійної залежності густини теплоносія від температури, що описується рівнянням стану Ван дер Ваальса.

Продовжуються також пошуки нових моделей багатопараметричних рівнянь стану реального газу. В роботі [13] представлена нова молекулярно-термодинамічна модель взаємодії крапкових центрів та набір простих трипараметричних рівнянь стану, які отримані на її основі. Показано зв'язок параметрів рівняння стану з проявою міжмолекулярних сил притягування та відштовхування.

Метою роботи є дослідження впливу теплофізичних властивостей газу Ван дер Ваальса на теплообмін природної конвекції біля вертикальної нагрітої стінки, порівняння впливу рівняння стану ідеального і реального газів на характеристики природної конвекції.

Нагріта вертикальна пластинка з температурою T_w розташована у великому об'ємі реального газу з температурою T_∞ . Товщина шару природної конвекції газу біля пластини є δ , температура назовні шару T_∞ постійна і менша, ніж температура пластини $T_w > T_\infty$. Помістимо початок координат на нижній кромці пластини; вісь x спрямована вздовж течії нагрітого шару газу; вісь y –

перпендикулярна до поверхні пластини. Припустимо, що фізичні параметри газу (включаючи густину) постійні. Тоді система рівнянь, що описує стаціонарний процес природної конвекції реального газу біля вертикальної нагрітої стінки, має вигляд

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_\infty} \right), \quad (2)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \quad (3)$$

$$\left(p + ap^2 \right) \left(\frac{1}{\rho} - b \right) = RT. \quad (4)$$

Тут рівняння (4) є рівнянням стану Ван дер Ваальса, a і b – постійні параметри Ван дер Ваальса.

Граничні умови для системи рівнянь (1) – (3) наступні

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w, \quad \text{при } y = 0, \quad (5)$$

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_\infty, \quad \text{при } y \rightarrow \infty, \quad (6)$$

Наведемо рівняння (4) в безрозмірному вигляді

$$\left(Z + \frac{Wa_a}{Z} \right) \left(1 - \frac{Wa_b}{Z} \right) = 1, \quad (7)$$

де

$$Z = \frac{p}{RT\rho}, \quad Wa_a = \frac{ap}{R^2T^2}, \quad Wa_b = \frac{bp}{RT}.$$

Розв'язавши рівняння (7) відносно густині, отримаємо кубічне рівняння, яке має один дійсний і два комплексно спряжених кореня. Дійсний корінь запишеться у вигляді

$$Z(Wa_a, Wa_b) = \frac{1}{6} \left[\begin{aligned} & 2(1 + Wa_b) + \left(2^{4/3} (-3Wa_a + (1 + Wa_b)^2) \right) / \\ & \left(2 + 6Wa_b + 6Wa_b^2 + 2Wa_b^3 + 9Wa_a(-1 + 2Wa_b) + \right. \\ & \left. 3^{3/2} \sqrt{(Wa_a(4Wa_a^2 + 4Wa_b(1 + Wa_b)^3 + Wa_a(-1 - 2\theta Wa_b + 8Wa_b^2))} \right) \right]^{1/3} + \\ & \left. 2^{2/3} \left(2 + 6Wa_b + 6Wa_b^2 + 2Wa_b^3 + 9Wa_a(-1 + 2Wa_b) + \right. \right. \\ & \left. \left. 3^{3/2} \sqrt{(Wa_a(4Wa_a^2 + 4Wa_b(1 + Wa_b)^3 + Wa_a(-1 - 2\theta Wa_b + 8Wa_b^2))} \right) \right]^{1/3} \end{aligned} \right] \quad (8)$$

Спростимо цей вираз в наближенні малих значень параметрів Wa_a і Wa_b . Для цього розкладемо (8) в ряд Маклорена. В результаті отримаємо

$$Z^{-1} = 1 + Wa_a - Wa_b, \quad (9)$$

або

$$\rho = \frac{p}{RT} - \frac{bp^2}{R^2T^2} + \frac{ap^2}{R^3T^3}. \quad (10)$$

Підстановка виразу (10) в рівняння (2) дає

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \left(1 - \frac{Z}{1 + \beta \Delta T \theta} \left(1 - \frac{Wa_b}{1 + \beta \Delta T \theta} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} \right) \right), \quad (11)$$

де параметри Ван дер Ваальса Wa_a і Wa_b складені з використанням значень параметрів газу на зовнішній межі пограничного шару

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty} = \frac{T - T_\infty}{\Delta T}, \quad \beta = \frac{1}{T_\infty}. \quad (12)$$

Для розв'язання задачі використовуємо аналіз симетрії (групи Лі) [14]. Введемо автомодельну змінну $\eta = y \sqrt{\frac{g\beta\Delta T}{4\nu^2 x}}$ і автомодельну функцію, що задовольняє рівнянню

$$x \frac{\partial f'}{\partial x} + \frac{1}{2} u \frac{\partial f'}{\partial u} = 0. \quad (13)$$

Це дозволяє звести рішення задачі до рішення системи звичайних диференціальних рівнянь для функції розподілу і температури

$$f''' + 3ff'' - 2f'^2 + \frac{1}{\beta \Delta T} \left(1 - \frac{1}{1 + Wa_a - Wa_b} \left(\frac{1}{1 + \beta \Delta T \theta} - \frac{Wa_b}{(1 + \beta \Delta T \theta)^2} + \frac{Wa_a}{(1 + \beta \Delta T \theta)^3} \right) \right) = 0 \quad (14)$$

$$\theta'' + 3Pr f \theta' = 0 \quad (15)$$

з граничними умовами

$$f = 0, \quad f' = 0, \quad \theta = 1, \quad \text{при} \quad \eta = 0, \quad (16)$$

$$f' = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{при} \quad \eta \rightarrow \infty. \quad (17)$$

Зворотній перехід від функції розподілу до швидкості виконується за формулами

$$u = 2f'(\eta)\sqrt{g\beta\Delta T x}, \quad v = \sqrt[4]{\frac{g\beta\Delta T v^2}{4x}}(f'\eta - 3f).$$

Система рівнянь (14), (15) з граничними умовами (16), (17) вирішувалась чисельно з використанням програмного забезпечення «MATLAB». В результаті отримані профілі швидкості і температури для різних значень параметрів Wa_a і Wa_b .

На рис. 1, 2 показано вплив параметрів Ван дер Ваальса на форму профілю швидкості в пристінному шарі.

Як видно з рис. 1, збільшення параметра Wa_a призводить до збільшення швидкості. Ця обставина пов'язана зі збільшенням підйомної сили, тому що параметр a в рівнянні Ван дер Ваальса характеризує додатковий, порівняно з течією ідеального газу, тиск, що виникає в пристінному шарі. Зі збільшенням параметра Wa_b (рис. 2) швидкість в приграничному шарі зменшується, що пов'язано з впливом цього параметра в рівнянні стану, якій характеризує збільшення додаткового об'єму, не заповненого молекулами газу. Збільшення параметра b призводить до зменшення сили Архімеда й уповільнення потоку.

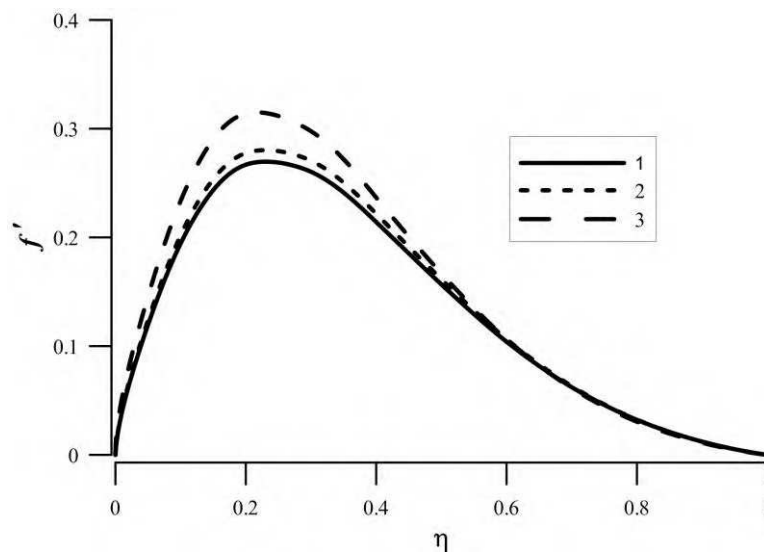


Рис. 1. Вплив параметра Wa_a на профілі швидкості для $\beta\Delta T=0.1$,
1—ідеальний газ ($Wa_a = Wa_b = 0$), 2— $Wa_a=0.1$ ($Wa_b=0.05$), 3— $Wa_a = 0.2$ ($Wa_b=0.05$)

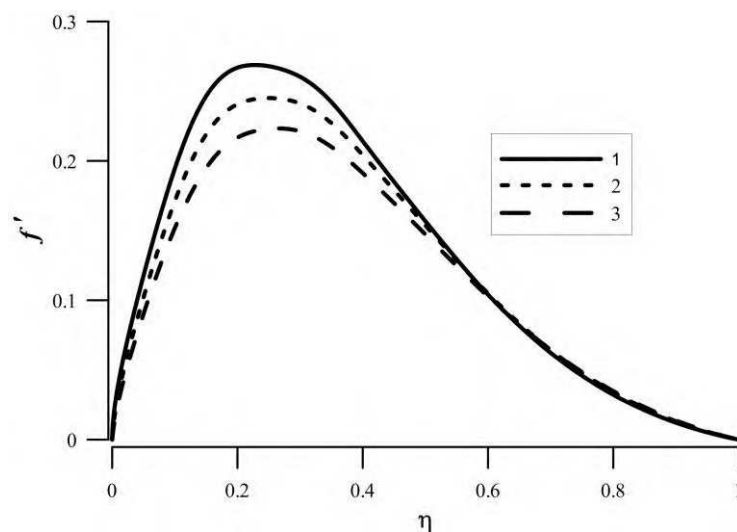


Рис. 2 Вплив параметра Wa_b на профілі швидкості для $\beta\Delta T=0.1$:
1 — ідеальний газ ($Wa_a = Wa_b = 0$); 2 — $Wa_b=0.1$ ($Wa_a=0.05$); 3— $Wa_b = 0.2$ ($Wa_a=0.05$)

Отримані в результаті розв'язання задачі профілі температури дозволили оцінити вплив параметрів рівняння стану на коефіцієнти тепловіддачі за природної конвекції реального газу біля нагрітої стінки.

На рис. 3,4 показано вплив параметрів Ван дер Ваальса на відносні числа Нуссельта, де значення Nu_0 відповідають тепловіддачі ідеального газу ($a=b=0$).

Як видно з рис. 3, збільшення параметра Wa_a призводить до збільшення коефіцієнта тепловіддачі, що пов'язано зі збільшенням швидкості потоку в пристінному шарі (рис. 1). Збільшення параметра Wa_b

призводить до зменшення швидкості (рис. 2), що, в свою чергу, призводить до зменшення коефіцієнта тепловіддачі (рис. 4). При цьому спостерігається різке зменшення чисел Нуссельта для великих значень параметра Wa_b . Зі збільшенням значення параметра Wa_a вплив параметра Wa_b послабшає (рис. 3).

Результати впливу параметрів Ван дер Ваальса на коефіцієнти тепловіддачі якісно узгоджуються з результатами, що отримані в роботі [12], в якій розглянута спрощена постановка задачі, що дозволяє отримати її аналітичне рішення. Порівняння отриманих результатів

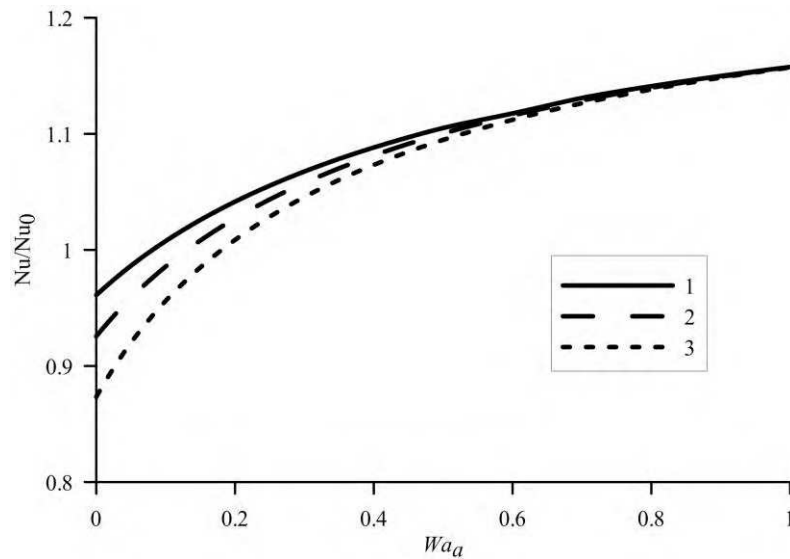


Рис. 3. Зміна відносного числа Нуссельта від параметра Wa_a :
1 – $Wa_b = 0.1$, 2 – $Wa_b = 0.2$, 3 – $Wa_b = 0.3$

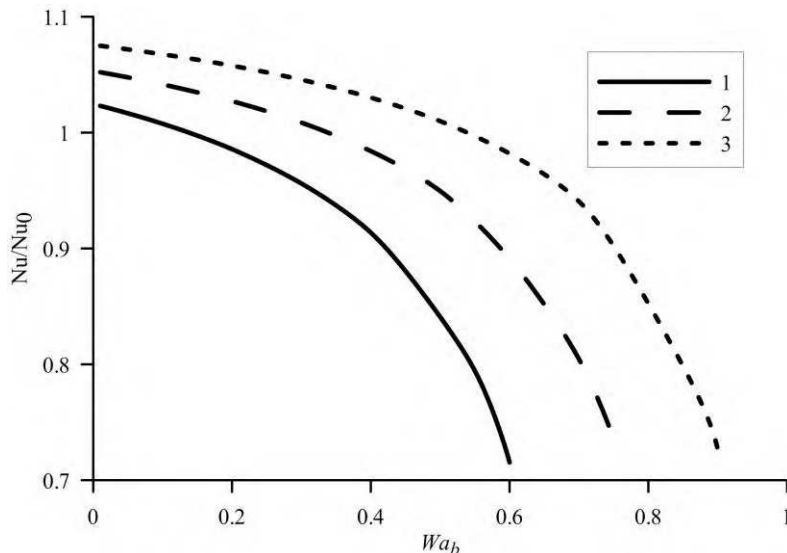


Рис. 4. Зміна відносного числа Нуссельта від параметра Wa_b :
1 – $Wa_a = 0.1$; 2 – $Wa_a = 0.2$; 3 – $Wa_a = 0.3$

з результатами роботи [12] показує задовільне їх узгодження для малих значень параметрів Wa_a і Wa_b . Зі збільшенням параметрів Wa_a і Wa_b , розбіжність значень чисел Нуссельта збільшується і може досягати 20%.

Висновки

Розглянуто задачу стаціонарного процесу природної конвекції газу Ван дер Ваальса біля вертикальної нагрітої пластини. Рішення задачі отримане на основі аналізу симетрії. Досліджено вплив рівняння стану Ван дер Ваальса на характеристики конвективного теплообміну, дано порівняння отриманих результатів з випадком ідеального газу.

Показано, що збільшення параметра a (Wa_a) в рівнянні стану теплоносія сприяє збільшенню швидкості в пристінному шарі порівняно з ідеальним газом, а збільшення параметра b (Wa_b) призводить до уповільнення потоку.

Інтенсифікація і ослаблення теплообміну природної конвекції реального газу також обумовлені ефектами нелінійності в рівнянні стану Ван дер Ваальса і пов'язані з впливом параметрів Ван дер Ваальса на профілі швидкості.

Робота виконана за фінансової підтримки програми наукових досліджень НАН України 6541230 «Підтримка пріоритетних для держави наукових досліджень і науково-технічних (експериментальних) розробок», 2022 – 2023 р. Проект 7/1/2 «Розроблення наукових засад процесів тепломасопереносу і горіння для вдосконалення технологій отримання та використання відновлюваних видів палива з метою декарбонізації енергетики України».

ЛІТЕРАТУРА

1. Cao Q., Luan M., Li P., Wei L., Wu Y. A Critical Review of Real Gas Effects on the Regenerative Refrigerators. *Journal of Thermal Science*. 2021. V. 30. P. 782–806 <https://link.springer.com/article/10.1007/s11630-020-1381-4>
2. Teymourtash A.R., Rhonakdar D.R., Raveshi M.R. Natural convection on a vertical plate with variable heat flux in supercritical fluids. *Journal of Supercritical Fluid*. 2013. 74. P.115–127
3. Liu J. Thermal convection in the van der Waals fluid. *Frontiers in Computational Fluid-Structure Interaction and Flow Simulation*. 2018. P.377–398
4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach. *Journal of Molecular Liquids*. 2016. V. 223. P. 156–164
5. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. V.91. P.77–88
6. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrostatic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 2010. V. 20(1). P. 111–129
7. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2015. V.29(5). P.351–371
8. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe. *Physics of Fluids*. 2015. V.27(4). 042001
9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media*. 2008. V.11(3). P. 241–246
10. Battista F., Picano F., Casciola C.M. Turbulent mixing of a slightly supercritical Van der Waals fluid at Low-Mach number. *Phys.Dyn*. 2018
11. Kormann M., Krüger I.L. Application of a Real Gas Model by van der Waals for a Hydrogen Tank Filling Process. Proc. 13th Int. Modelica Conference, March 4–6, 2019, Regensburg, Germany, p. 665-670 DOI: 10.3384/ecp19157665 <https://ep.liu.se/ecp/157/068/ecp19157068.pdf>
12. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.M. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate. *Fluids*. 2021. 6. 121
13. Петрук Г.Г. О новом подходе к получению физически обоснованных уравнений состояния. 1. Модель взаимодействующих точечных центров. *Мониторинг. Наука и технологии*. 2009. 1. С. 43–59
14. Olver P.J. Applications of Lie Groups to Differential Equations. Springer, New York .1986

NATURAL CONVECTION OF REAL GAS NEAR THE VERTICAL HEATED WALL

Avramenko A.A., Kovetska M.M., Dmitrenko N.P., Kovetska Yu. Yu.

Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv, 03680, Ukraine.<https://doi.org/10.31472/tpe.4.2022.3>

The development of industry constantly requires reliable and long-lasting operation of various equipment with gas working bodies. In this regard, the accumulation of information related to the physicochemical, thermophysical, hydrodynamic properties of gases is constantly relevant.

If the technological problems are occur at high pressures and phase transitions, the laws of ideal gases do not apply in such cases, because the parameters of the gas undergo significant changes.

Therefore, the aim of this paper is to analyze the influence of thermophysical properties of Van der Waals gas on heat transfer of natural convection near a vertical heated wall, and to compare the influence of the equation of state of ideal and real gases on the characteristics of natural convection.

Symmetry analysis is used to solve this problem. The influence of the van der Waals equation of state on the characteristics of convective heat transfer is studied, and the obtained results are compared with the case of an ideal gas.

It is shown that increasing the parameter a in the equation of state of the flow increases the velocity in the near-wall layer compared to the ideal gas, and increasing the parameter b leads to a slowdown in flow.

The intensification and deterioration of heat transfer in the natural convection of real gas are also due to the effects of nonlinearity in the van der Waals equation and are related with the influence of Van der Waals parameters on the velocity profile.

Key words: heat transfer, natural convection, real gas.

References 14, figures 4.

1. Cao Q., Luan M., Li P., Wei L., Wu Y. A Critical Review of Real Gas Effects on the Regenerative Refrigerators. *Journal of Thermal Science*. 2021. V. 30. P. 782–806 <https://link.springer.com/article/10.1007/s11630-020-1381-4>

2. Teymourtash A.R., Rhonakdar D.R., Raveshi M.R. Natural convection on a vertical plate with variable heat flux in supercritical fluids. *Journal of Supercritical Fluid*. 2013. 74. P.115–127

3. Liu J. Thermal convection in the van der Waals fluid. *Frontiers in Computational Fluid-Structure Interaction and Flow Simulation*. 2018. P.377–398

4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach. *Journal of Molecular Liquids*. 2016. V. 223. P. 156–164

5. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I. Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2015. V.91. P.77–88

6. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrostatic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 2010. V. 20(1). P. 111–129

7. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. 2015. V.29(5). P.351–371

8. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe. *Physics of Fluids*. 2015. V.27(4). 042001

9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media*. 2008. V.11(3). P. 241–246

10. Battista F., Picano F., Casciola C.M. Turbulent mixing of a slightly supercritical Van der Waals fluid at Low-Mach number. *Phys.Dyn*. 2018

11. Kormann M., Krüger I.L. Application of a Real Gas Model by van der Waals for a Hydrogen Tank Filling Process. *Proc. 13th Int. Modelica Conference, March 4–6, 2019, Regensburg, Germany*, p. 665-670 DOI: 10.3384/ecp19157665 <https://ep.liu.se/ecp/157/068/ecp19157068.pdf>

12. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.M. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate. *Fluids*. 2021. 6. 121

13. Petrik G.G. [On a new approach to obtaining physically substantiated equations of state. 1. Model of interacting point centers. *Monitoring*]. *Science and technology*. 2009. 1. P. 43–59 (in Rus.)

14. Olver P.J. *Applications of Lie Groups to Differential Equations*. Springer, New York .1986

Отримано 02.02.2022
Received 02.02.2022