

УДК 532.536

КОНВЕКТИВНА НЕСТАБІЛЬНІСТЬ БІОРИДИНИ ПІД ДІЄЮ МІКРООРГАНІЗМІВ

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, Ковецька Ю.Ю., докт. філософ.,
Скіцько О.І., канд. техн. наук, Олійник Л.В.

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, Київ 03057, Україна

<https://doi.org/10.31472/tpe.1.2023.2>

У статті представлена маломодова модель біоконвективної течії гіротаксичних мікроорганізмів. Завдання вирішувалося на основі підходу Лоренца. Модель дозволила визначити границі різних режимів руху середовища. Використовуючи аналітичні та чисельні методи, було виявлено чотири критерії стійкості біоконвективних потоків у вигляді чисел Рейля. Проаналізовано характер залежностей критичних чисел Рейля від числа Шмідта та геометричної структури мікроорганізмів.

The paper presents a low-dimensional model of bioconvective flow for gyrotactic microorganisms. The problem was solved based on the Lorenz approach. The model enabled determining boundaries of different flow regimes. With the help of analytical and numerical methods, three criteria for the stability of bioconvective flows were identified in the form of Rayleigh numbers. The features of the dependences of the critical Rayleigh numbers on the Schmidt number and the geometric structure of microorganisms are analyzed.

Бібл. 17, табл. 1.

Ключові слова: підхід Лоренца, дивний атрактор, гіротаксичні мікроорганізми, критерій стійкості.

Список позначень:

B – параметр орієнтації;
 b_{max} – велика напіввісь мікроорганізму;
 b_{min} – мала напіввісь мікроорганізму;
 D – коефіцієнт дифузії мікроорганізмів;
 g – гравітаційне прискорення;
 h – висота каналу;
 N – концентрація мікроорганізмів;
 $N_0(y)$ – концентрація незбуреного середовища;
 \bar{N} – середня концентрація;
 $n(t, x, y)$ – концентрація збуреного середовища;
 p – тиск;
 t – час;
 v – вектор швидкості;
 u, v – складові швидкості;

Грецькі символи:

ν – середній об'єм мікроорганізму;
 μ – коефіцієнт динамічної в'язкості;
 ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості;
 ρ – густина середовища;
 ρ_m – густина мікроорганізму;
 ψ – функція току;

Список позначень:

F_0 – число Фур'є;
 Pe – число Пекле;
 Ra – число Рейля;
 Sc – число Шмідта.

Вступ

Біоконвекція - явище макроскопічного конвективного руху рідкого середовища, створюваного градієнтом густини, викликаним спрямованим колективним плаванням мікроорганізмів. У цю групу входять бактерії, одноклітинні та колоніальні водорості, найпростіші. Мобільність є важливою фізіологічною властивістю мікроорганізмів, які шукають нове середовище для колонізації, подальшого зростання та розмноження. Їх рух може відбуватися за допомогою механічних процесів, таких як рух джгутіками. Відомо, що мікроорганізми можуть рухатися під дією гравітаційних сил (gyrotactic microorganisms), градієнта концентрації кисню

(oxytactic microorganisms), світлового випромінювання (phototaxis microorganisms), градієнта поживних речовин (chemotaxis microorganisms) тощо.

Сучасні дослідження процесу біоконвекції можна знайти в широкому спектрі галузей, таких як харчова, фармацевтична та хімічна промисловості, а також мікробіології та біотехнології [1-3]. Зокрема, мікроорганізми є швидкозростаючою біомасою і можуть бути перетворені на біодизельне паливо або біопаливо. Важливою групою мікробів є мікроорганізми (PGPM), які можуть виживати в ризосфері (корінні рослин) і стимулюють їх зростання. Тому PGPM часто використовуються у мікробних добривах, які використовуються для

підвищення врожайності екологічно безпечним способом. Ціанобактерії і еукаріотичні мікроводорості мають унікальні метаболічні властивості, їх штами важливі для навколишнього середовища через їх здатність до біорозкладання або біосорбції, що викликає інтерес у дослідницьких лабораторіях та промисловій діяльності. Для прогнозування перебігу цих процесів виникають проблеми, пов'язані з питаннями дослідженням нестійкості течії. У статті [4] розроблено модель термокапілярної нестабільності тонкої рідкої плівки нестійкості. У статті [5] проаналізовано вплив градієнта температури на стійкість біоконвекції у суспензії гіротактичних мікроорганізмів.

Актуальною областю досліджень є процес біоконвекції у нанорідинах для покращення конвекції. Переваги включення наночастинок в суспензію мобільних мікробів полягають у мікрооб'ємах, перемішуванні на мікрорівні та стабільності нанорідин. Існує потенціал використання мікроорганізмів з нанорідинами у різних біомікросистемах, мікропристроях тощо. Біоконвекція у присутності наночастинок спочатку розглядалася Кузнецовим та Авраменко [6-8]. Було визначено, що результуючий рух рідини, викликаний саморухомими мікроорганізмами, посилює перемішування і запобігає агломерації наночастинок в нанорідинах.

Біоконвекція у пористих середовищах – складний динамічний процес. Дослідження в роботах [9,10] проаналізовано вплив пористості на течію в каналах різної конфігурації та без біоконвекції. Однією з відмінних рис біоконвекції в пористих середовищах у порівнянні з гомогенною рідиною полягає в тому, що мікроорганізми можуть адсорбуватися пористим середовищем, що впливає на інтенсивність її розвитку. З іншого боку, адсорбовані мікроорганізми можуть відриватися від пористої матриці і повертатися в потік [11]. У статті [12] представлено континуальну модель термобіоконвекції оксигатних бактерій в пористому середовищі. Використання методу Галеркіна для вирішення задачі лінійної стійкості дало можливість отримати залежність між критичним значенням числа Релея та «термічним» числом. Дослідження впливу вертикального перебігу на виникнення біоконвекції в суспензії гіротактичних мікроорганізмів в роботі [13] показало, що вертикальний наскрізний потік сприяє стабілізації системи.

Метою даної роботи є дослідження стійкості течії на основі підходу Лоренца [14] та визначення меж різних режимів течії двовимірної біоконвекції для гіротактичних мікроорганізмів.

1. Математична модель

Розглянемо біоконвективні процеси у плоскому двовимірному вертикальному каналі, висота якого h . У загальному вигляді рівняння для біоконвективного руху гіротактичних мікроорганізмів можна подати у вигляді [15]

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \hat{\mathbf{k}} N \nu \Delta \rho g, \quad (1)$$

$$\text{div}(\mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) N = -\text{div}(N W_c \hat{\mathbf{p}} - D \nabla N), \quad (3)$$

де $\Delta \rho = \rho_m - \rho$, $\hat{\mathbf{p}}$ – одиничний вектор напрямку руху мікроорганізмів, $W_c \hat{\mathbf{p}}$ – вектор середньої швидкості руху мікроорганізмів щодо рідини (передбачається, що W_c є постійною величиною), $\hat{\mathbf{k}}$ – орт у напрямку y .

Представимо концентрацію мікроорганізмів як суму концентрацій незбуреного $N_0(y)$ та концентрацію збуреного $n(t, x, y)$ середовищ

$$N = N_0(y) + n(t, x, y), \quad (4)$$

де $N_0 = \bar{N} = \text{const}$, \bar{N} – середня концентрація в шарі.

Для визначення одиничного вектора $\hat{\mathbf{p}}$ використовується наступна модель [15]

$$\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{k}} + \hat{\mathbf{p}}'(t, x, y), \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{p}}'(t, x, y) = (-B\xi, 0), \quad (6)$$

$$B = 3 \frac{\mu}{\rho_m g H} \quad (7)$$

де H – зміщення центру мас мікроорганізму щодо його центру плавучості.

$$\xi = (1 + \alpha_0) \partial u / \partial y - (1 - \alpha_0) \partial v / \partial y, \quad (8)$$

$$\alpha_0 = \frac{b_{\max}^2 - b_{\min}^2}{b_{\max}^2 + b_{\min}^2} \quad (9)$$

де b_{max} – велика напіввісь мікроорганізму, який має форму еліпсоїда, b_{min} – мала напіввісь.

Слідуючи моделі Лоренца [14] розглянемо задачу з вільними границями. У цьому випадку система рівнянь має бути проаналізована за наступних умов

$$\begin{aligned} \psi = \nabla^2 \psi = n = 0 & \quad \text{при} \quad y = 0, \\ \psi = \nabla^2 \psi = n = 0 & \quad y = h. \end{aligned} \quad (10)$$

II. Рівняння збурень

Оскільки розглядається двовимірною задачею, то для аналізу зручно ввести функцію струму ψ наступним чином $u = \partial\psi / \partial y$, $v = -\partial\psi / \partial x$. Для того, щоб задовольнити граничні умови (10), виберемо наступне співвідношення для збурюючих функцій [14]

$$\psi = \sqrt{2} \frac{D(1+a^2)}{a} X(\text{Fo}) \sin\left(\frac{\pi ax}{h}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{h}\right) \quad (11)$$

$$n = \frac{N_0}{\pi r} \left[\sqrt{2} Y(\text{Fo}) \cos\left(\frac{\pi ax}{h}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{h}\right) - Z(\text{Fo}) \sin\left(\frac{2\pi y}{h}\right) \right] \quad (12)$$

де a характеризує періодичність руху по x , X – амплітуда конвективного руху, Y – різниця температур між висхідними і низхідними потоками, Z – відхилення вертикального профілю температури від лінійного.

Крім того, в рівняннях (11), (12) використовуємо нормоване число Релея

$$r = \text{Ra} / \text{Ra}_c, \quad \text{де} \quad \text{Ra} = gh^3 \nu \Delta \rho N_0 / (D\mu),$$

$$\text{Ra}_c = \pi^4 (1+a^2)^3 / a^2 - \text{числа Релея},$$

$$\text{Fo} = \pi^2 (1+a^2) Dt / h^2 - \text{число Фур'є}.$$

Підстановка рівнянь (11) і (12) до рівнянь (1) – (3) та використання методу Галеркіна дає

$$\frac{dX(\text{Fo})}{d\text{Fo}} = \text{Sc} [Y(\text{Fo}) - X(\text{Fo})], \quad (13)$$

$$\frac{dY(\text{Fo})}{d\text{Fo}} = AX(\text{Fo}) + X(\text{Fo})Z(\text{Fo}) - Y(\text{Fo}), \quad (14)$$

$$\frac{dZ(\text{Fo})}{d\text{Fo}} = -X(\text{Fo})Y(\text{Fo}) - bZ(\text{Fo}), \quad (15)$$

де $\text{Sc} = \mu / (\rho D)$ – число Шмідта.

$$A = \frac{B\pi^2 r W_c}{h} \frac{4 + 2(b-2)\alpha_0}{b}, \quad b = 4 / (1 + a^2). \quad (16)$$

Система (13) – (15) подібна до системи Лоренца [14]. Однак є відмінності в знаках у рівняннях (14) та (15).

III Аналіз нестійкості

Автономна система (13) – (15) має два стаціонарні стани. Перший стаціонарний стан

$$X(\text{Fo}) = Y(\text{Fo}) = Z(\text{Fo}) = 0. \quad (17)$$

При $A > 0$ характеристичне рівняння має три речові корені. При $A < 1$ усі власні значення негативні – стаціонарний стан стійкий. При $A > 1$ одне значення позитивно. Таким чином, $A_{crl} = 1$ – межа біоконвективної монотонної нестійкості. З виразу для A знаходимо рівняння нейтральної кривої стійкості у вигляді залежності числа Релея від параметра a :

$$\text{Ra}_1^* = \text{Ra} \frac{W_c B}{h} = \frac{4(1+a^2)\pi^2}{a^2 \left[4 + 2 \left(\frac{4}{1+a^2} - 2 \right) \alpha_0 \right]}, \quad (18)$$

Мінімум нейтральної кривої стійкості (18) знаходиться в положенні

$$a_{\min} = \sqrt{\frac{\sqrt{1+3\alpha_0^2} - 2\alpha_0}{1-\alpha_0}}. \quad (19)$$

Підстановка рівняння (19) у рівняння (18) дає критичний параметр монотонної нестабільності

$$\text{Ra}_{crl}^* = \frac{\pi^2 \left(\sqrt{1+3\alpha_0^2} + 1 - 3\alpha_0 \right)^3}{(1-\alpha_0)^2 \left(\sqrt{1+3\alpha_0^2} + 1 - \alpha_0 \right) \left(\sqrt{1+3\alpha_0^2} - 2\alpha_0 \right)}, \quad (20)$$

Значення Ra_{crl}^* зі зростанням α_0 зменшується – $\text{Ra}_{crl}^* = 4\pi^2$ при $\alpha_0 = 0$ та $\text{Ra}_{crl}^* = 27\pi^2/8$ при $\alpha_0 = 1$. Отже, сфероподібна форма мікроорганізмів сприяє стабілізації умов стійкості біоконвекції. Однак вплив форми мікроорганізмів на поріг стійкості біоконвекції невеликий і діапазоні $\alpha_0 = 0 \dots 1$ становить близько 15%.

Друга стаціонарна точка

$$X(\text{Fo}) = Y(\text{Fo}) = \pm \sqrt{b(A-1)}, \quad Z(\text{Fo}) = 1 - A. \quad (21)$$

При $A > 1$ один корінь характеристичного рівняння речовий і від'ємний, а два інших або речові та обидва того ж самого знака, або комплексно спряжені. При $A \geq A_{cr1} \sim 1$ речові частини другого та третього коренів від'ємні. Необхідна умова осцилюючої нестійкості - це комплексне сполучення другого і третього коренів при невід'ємній речовій частині. Границя цієї нестійкості є нульова речова частина. Це дає наступну умову осцилюючої нестійкості

$$A_{cr2} = \frac{Sc(Sc + b + 3)}{Sc - b - 1}. \quad (22)$$

Отже, за умови (22) з'являється субкритична біфуркація Хопфа, тобто у фазовому просторі виникає граничний цикл, що притягує орбіти.

Далі отримуємо вираз для числа Релея

$$Ra_2^* = \frac{Sc(Sc + b + 3)}{Sc - b - 1} \frac{4(1 + a^2)\pi^2}{a^2 \left[4 + 2 \left(\frac{4}{1 + a^2} - 2 \right) \alpha_0 \right]}. \quad (23)$$

Досліджуючи знайдену функцію на мінімум по a , знаходимо критерій осцилюючої нестійкості $Ra_{cr2}^* = Ra_{cr2}^*(Sc, \alpha_0)$.

Друге критичне значення Релея екстремальне (з мінімумом) залежить від числа Шмідта. Характер залежності Ra_{cr2}^* від α_0 від змінюється зі зростанням числа Шмідта. При низьких значеннях Sc ця залежність має зростаючий характер. З подальшим збільшенням Sc функція $Ra_{cr2}^* = Ra_{cr2}^*(\alpha_0)$ вже має максимум. Далі, зі зростанням значень чисел Шмідта ця функція набуває спадаючого характеру.

Далі виникає питання, що відбувається при подальшому збільшенні значення параметра A , тобто необхідно дослідити, що відбувається у фазовому просторі після виникнення граничного циклу. Для цього було проведено чисельне дослідження системи (13) – (15) з допомогою пакета “Mathematica”. Це дослідження показало, що при біоконвекції, як і термоконвекції, існують режими, що характеризуються виникненням дивного атрактора у фазовому просторі ($X(Fo)$, $Y(Fo)$, $Z(Fo)$).

Табл. 1. Вплив числа Шмідта на критерій стійкості b_{cr3} і A_{cr3}

Sc	3	5	7	10	15	20
b_{cr3}	0.27	0.49	0.53	0.9	1.13	0.81
A_{cr3}	8.12	9.73	10.61	14	18	29.67

Виникнення дивного атрактора характеризується тим, що система починає описувати навколо одного з нестійких фокусів витки з амплітудою, що зростає у часі. Після кількох таких витків система раптово залишає цей режим і спрямовується до другого фокусу, починаючи описувати навколо нього витки по спіралі, що розкручуються. Потім, зробивши кілька витків, система перестрибує до першого фокусу і т.д. Проміжки часу, протягом яких система знаходиться в околиці кожного фокусу перш, ніж перестрибнути в околицю іншого, розподілені стохастичні, і в цьому процесі немає ніякої закономірності, хоча він породжений детерміністичною системою, що розгортається в часі. Число витків, що описуються системою навколо кожного з двох фокусів, є випадковим і тому цілком непередбачуваним.

Результати чисельного дослідження критерію виникнення дивного атрактора як функції числа Шмідта наведено у таблиці 1. Тут наведено середні значення параметрів b_{cr3} та A_{cr3} в діапазоні зміни m від 0.001 до 100. Видно, що зі зростанням числа Шмідта значення A_{cr3} збільшуються.

Однак, поведінку справжнього параметра стійкості (числа Релея) слід оцінювати за формулою

$$Ra_{cr3}^* = A_{cr3}(Sc) \frac{32\pi^2}{[4 - b_{cr3}(Sc)]b_{cr3}(Sc)[2 + 2[b_{cr3}(Sc) - 2]\alpha_0]}, \quad (24)$$

що впливає з виразу для A (16).

Параметр Ra_{cr3}^* являє собою критичне число Релея виникнення дивного атрактора. У відповідності з моделями [15,16] параметр Ra_{cr3}^* можна інтерпретувати як критерій виникнення незатухаючих турбулентних пульсацій, тобто критерій початку перехідного режиму руху.

Залежність Ra_{cr3}^* від α_0 при $Sc = idem$ носить монотонно зростаючий характер. Математично це обумовлено тим, що $b_{cr3} < 2$ і це, відповідно з (24), призводить до описаної зміни Ra_{cr3}^* . Залежність від числа Шмідта при $\alpha_0 = idem$ носить екстремальний характер на відміну залежності $A_{cr3} = A_{cr3}(Sc)$.

Висновки

На основі підходу Лоренца розглянуто нестійкість біоконвективної течії мікроорганізмів у плоско-

му двовимірному вертикальному шарі. В результаті рішення було отримано розрахункові дані для критичних параметрів нестійкості. Показано залежність критерію монотонної нестійкості Ra_{ck1}^* від параметра α_0 , що описує геометричну структуру мікроорганізму. Розрахунки показали, що сфероподібна форма мікроорганізмів сприяє стабілізації умов стійкості біоконвекції. Функція критерію осцилюючої нестійкості $Ra_{\text{ck2}}^* = Ra_{\text{ck2}}^*(Sc, \alpha_0)$ екстремальна та змінюється залежно від числа Шмідта. При малих значеннях числа Шмідта ця залежність має зростаючий характер. При подальшому зростанні значень Sc функція демонструє максимум. Крім того, зі збільшенням чисел Шмідта функція стає спадаючою. Функція критерію осцилюючої нестійкості $Ra_{\text{ck2}}^* = Ra_{\text{ck2}}^*(Sc, \alpha_0)$ залежить від числа Шмідта. При низьких значеннях числа Шмідта ця залежність має зростаючий характер. Далі, зі зростанням значень чисел Шмідта функція набуває спадаючого характеру.

Чисельне дослідження показало, що є режими, що характеризуються виникненням дивного атрактора у фазовому просторі. Отримано вираз для критичного числа Релея Ra_{ck3}^* , яке є критерієм виникнення дивного атрактора та виникненням незатухаючих турбулентних пульсацій. Аналіз досліджень показав, залежність Ra_{ck3}^* від α_0 при $Sc = \text{idem}$ носить монотонно зростаючий характер.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Asjad M.I, Rehman S, Ahmadian A, Salahshour S, Salimi M.* First Solution of Fractional Bioconvection with Power Law Kernel for Vertical Surface. *Mathematics* 2021; 9: 1366; <https://doi.org/10.3390/math9121366>.
2. *Kuznetsov A.V., Avramenko, A.A.* A minimal hydrodynamic model for a traffic jam in an axon. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 2009; 36(1): 1–5. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2008.09.004>
3. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* A macroscopic model of traffic jams in axons. *Mathematical Biosciences* 2009; 218(2):142-52. DOI: 10.1016/j.mbs.2009.01.005
4. *Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I.* Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2015; 91: 77-88. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.063>
5. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 2010; 20(1): 111–129. DOI: 10.1108/09615531011008154
6. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Effect of small particles on this stability of bioconvection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a layer of finite depth. *Int Commun Heat Mass.* 2004; 31: 1–10; doi: 10.1016/S0735-1933(03)00196-9.
7. *Kuznetsov A.V.* Nanofluid bioconvection in water-based suspensions containing nanoparticles and oxytactic microorganisms: oscillatory instability. *Nanoscale Research Letters* 2011; 6(1): 100; doi: 10.1186/1556-276X-6-100.
8. *Kuznetsov A.V.* Non-oscillatory and oscillatory-nanofluid bio-thermal convection in a horizontal layer of finite depth. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 2011; 30(2): 156–165; <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2010.10.007>.
9. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media* 2007;11 (3); 241-246. DOI:10.1615/JPorMedia.v11.i3.20
10. *Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I.* Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels. *Transport in Porous Media* 2018; 124: 919-941. DOI:10.1007/s11242-018-1104-4
11. *Becker S.M., Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Numerical modeling of a falling bioconvection plume in a porous medium. *Fluid Dynamics Research* 2004; 35 (5): 323-339. <https://doi.org/10.1016/j.fluidyn.2004.07.003>
12. *Kuznetsov A.V.* The onset of thermo-bioconvection in a shallow fluid saturated porous layer heated from below in a suspension of oxytactic microorganisms. *Eur. J. Mech. B.Fluids.* 2006; 25(2): 223–233; DOI 10.1016/j.euromechflu.2005.06.003
13. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* The Onset of Convection in a Suspension of Gyrotactic Microorganisms in Superimposed Fluid and Porous Layers: Effect of Vertical Throughflow. *Transport in Porous Media* 2006; 65:159–176; DOI 10.1007/s11242-005-6086-3
14. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* 1963; 20: 130 – 141. DOI: 10.1007/978-0-387-21830-4_2
15. *Hill N.A, Pedley T.J, Kessler J.O.* Growth of bioconvection patterns in a suspension of gyrotactic micro-organisms in a layer of finite depth. *J. Fluid Mech.* 1989; 208: 509–543. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112089002922>
16. *Ruelle D, Takens F.* On the nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.* 1971; 20: 167–192.
17. *Feigenbaum M.J.* Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. *J. Stat. Phys.* 1978; 19: 25- 52. <https://doi.org/10.1007/BF01020332>

CONVECTIVE INSTABILITY OF BIOFLUIDS UNDER THE ACTION OF MICROORGANISMS

A.A. Avramenko, Yu.Yu. Kovetska, O.I. Skitsko,
L.V. Oliinyk

*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy
of Sciences, Kiev 03057, Ukraine*

<https://doi.org/10.31472/tpe.1.2023.2>

The article presents the results of a study of the instability of the bioconvective flow of gyrotactic microorganisms in a flat vertical layer. When solving the problem, the Lorenz approach was used, which made it possible to determine boundaries of different flow regimes. The dependence of the criterion of monotonic stability Ra_{cr1}^* on the geometric structure of the microorganisms is analyzed. Calculations indicated that the spherical shape of microorganisms contributes to the stabilization of the conditions of bioconvection. The effect of the Schmitt number on the criterion of oscillating stability Ra_{cr2}^* is analyzed. It has been determined that for elliptical microorganisms at low Schmidt numbers ($Sc < 8$) the process of oscillatory instability stabilizes. A relation was obtained for the critical Rayleigh number Ra_{cr3}^* , which describes the conditions for the appearance of a strange attractor and undamped turbulent pulsations. The analysis showed that the dependence of Ra_{cr3}^* for the constant values of the Schmidt number has a monotonically increasing character.

References 17, tables 1.

Key words: Lorenz approach, strange attractor, gyrotactic microorganisms, criteria for the stability.

1. *Asjad M.I, Rehman S, Ahmadian A, Salahshour S, Salimi M.* First Solution of Fractional Bioconvection with Power for Vertical Surface. *Mathematics* 2021; 9: 1366; <https://doi.org/10.3390/math9121366>.

2. *Kuznetsov A.V., Avramenko, A.A.* A minimal hydrodynamic model for a traffic jam in an axon. *International Communications in Heat and Mass Transfer* 2009; 36(1): 1–5. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2008.09.004>

3. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* A macroscopic model of traffic jams in axons. *Mathematical Biosciences* 2009; 218(2):142-52. DOI: 10.1016/j.mbs.2009.01.005

4. *Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Harmand S., Tyrinov A.I.* Thermocapillary instability in an evaporating two-dimensional thin layer film. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 2015; 91: 77-88. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.07.063>

5. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow* 2010; 20(1): 111–129. DOI: 10.1108/09615531011008154

6. *Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Effect of small particles on this stability of bioconvection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a layer of finite depth. *Int Commun Heat Mass.* 2004; 31: 1–10; doi: 10.1016/S0735-1933(03)00196-9.

7. *Kuznetsov A.V.* Nanofluid bioconvection in water-based suspensions containing nanoparticles and oxytactic microorganisms: oscillatory instability. *Nanoscale Research Letters* 2011; 6(1): 100; doi: 10.1186/1556-276X-6-100.

8. *Kuznetsov A.V.* Non-oscillatory and oscillatory nanofluid bio-thermal convection in a horizontal layer of finite depth. *European Journal of Mechanics - B/Fluids* 2011; 30(2): 156–165; <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2010.10.007>.

9. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media* 2007; 11 (3); 241-246. DOI:10.1615/JPorMedia.v11.i3.20

10. *Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I.* Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels. *Transport in Porous Media* 2018; 124: 919-941. DOI:10.1007/s11242-018-1104-4

11. *Becker S.M., Kuznetsov A.V., Avramenko A.A.* Numerical modeling of a falling bioconvection plume in a porous medium. *Fluid Dynamics Research* 2004; 35 (5): 323-339. <https://doi.org/10.1016/j.fluiddyn.2004.07.003>

12. *Kuznetsov A.V.* The onset of thermo-bioconvection in a shallow fluid saturated porous layer heated from below in a suspension of oxytactic microorganisms. *Eur. J. Mech. B. Fluids.* 2006; 25(2): 223–233; DOI 10.1016/j.euromechflu.2005.06.003

13. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* The Onset of Convection in a Suspension of Gyrotactic Microorganisms in Superimposed Fluid and Porous Layers: Effect of Vertical Throughflow. *Transport in Porous Media* 2006; 65:159–176; DOI 10.1007/s11242-005-6086-3

14. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.* 1963; 20: 130 – 141. DOI: 10.1007/978-0-387-21830-4_2

15. *Hill N.A, Pedley T.J, Kessler J.O.* Growth of bioconvection patterns in a suspension of gyrotactic micro-organisms in a layer of finite depth. *J. Fluid Mech.* 1989; 208: 509–543. DOI: <https://doi.org/10.1017/S0022112089002922>

16. *Ruelle D, Takens F.* On the nature of turbulence. *Commun. Math. Phys.* 1971; 20: 167–192.

17. *Feigenbaum M.J.* Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. *J. Stat. Phys.* 1978; 19: 25-52. <https://doi.org/10.1007/BF01020332>

Отримано 02.02.2023

Received 02.02.2023