

УДК 532.536

ПЛИН МАСТИЛА У ВУЗЬКІЙ КЛИНОПОДІБНІЙ ЩІЛИНІ З РУХОМОЮ СТІНКОЮ**Авраменко А.О.**, член-кореспондент НАН України, **Тирінов А.І.**, докт. техн. наук, **Ковецька М.М.**, канд. техн. наук, **Кондратьєва О.О.**, канд. техн. наук*Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, м. Київ 03680, Україна*<https://doi.org/10.31472/ttpe.2.2023.2>*Розглянуто плин мастила у вузькій клиноподібній щілині з рухомою стінкою. Отримано рішення задачі з граничними умовами проковзування на стінках каналу. Показано вплив проковзування на зміну гідростатичної під'ємної сили і гідравлічного опору у щілинному каналі.**The flow of a lubricant in a narrow wedge-shaped slot with a movable wall is considered. A solution to the problem with boundary conditions for slippage on the channel walls is obtained. The effect of slippage on the change in hydrostatic lift and hydraulic resistance in the slotted channel is shown.*

Бібл. 16, рис. 2.

Ключові слова: мащення, вузький канал, умови ковзання, підйомна сила.

a – довжина каналу;
 L – довжина вільного пробігу молекули;
 h – висота каналу;
 p – тиск;
 u – складова швидкості в напрямку x ;
 v – складова швидкості в напрямку y ;
 x, y – Декартові координати;

μ – динамічна в'язкість;
 τ – напруга тертя;
 K_n – число Кнудсена.
 Індокси:
 0 – значення параметру поза каналом;
 w – значення параметру на стінці.

В даний час в енергетичній, газодобувній, аерокосмічній галузі промисловості широко використовуються підшипники на газовому мащенні. [1,2]. Вони використовуються у кріогенній техніці, мікротурбінах, вакуумних насосах. Розробляються математичні моделі плинну газу у вузьких криволінійних каналах з рухомими стінками при в'язкісному режимі плинну газу для дослідження впливу геометричних та динамічних параметрів на відкачувану характеристику вакуумних насосів [3,4]. Показано, що математична модель, що заснована на системі рівнянь Нав'є-Стокса, з умовами прослизання на стінках каналу працює навіть в умовах, близьких до умов молекулярного потоку. У роботах [5-12] надано результати теоретичних досліджень потоків у мікроканалах різної геометрії. Розглянуто проблеми моделювання таких течій з урахуванням умов ковзання на стінках каналів.

Результати теоретичних та експериментальних досліджень режимів мащення в мікропорожнинах представлені в роботах [13,14]. Отримано розподіл гідродинамічних характеристик мікропотоку. У роботі [15] досліджувалися течії двофазної суміші нафти та води у мікроканалах. Виявлено сильну залежність

падіння тиску в мікроканалі від матеріалу стінок та умов взаємодії потоку зі стінками, проаналізовано різні схеми течії двофазних потоків. Короткий огляд робіт показав, що дослідження течії рідини в каналах за умови прослизання на стінках актуальні в теорії мащення різних технічних пристроїв та мікроканалних систем. У статті розглянута ламінарна течія мастила у вузькій клиноподібній щілині з рухомою стінкою, яка характерна для нагнітальної області течії мастила в підшипниках ковзання.

Математична модель

Вирішення задачі плинну мастила в тонкій щілині з граничними умовами прилипання рідини до обмежуючих поверхонь було отримано О. Рейнольдсом [16]. У статті надається рішення цієї задачі з урахуванням граничних умов прослизання рідини на стінках щілинного каналу. Розглядається пласка течія в'язкої рідини у вузькій щілині, нижня стінка якої рухається з постійною швидкістю U у напрямку від широкої частини щілини до вузької (рис.1).

Кут розкриття щілини передбачається малим, що дозволяє використовувати наближення мікроканалу по всій довжині та не враховувати поперечну швидкість

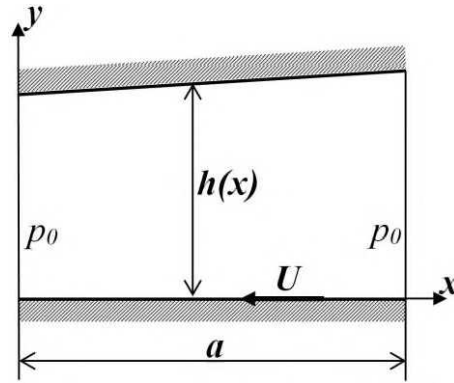


Рис. 1. Схема розрахункової області

плину рідини. Висота вхідного та вихідного перерізу щілини позначається через h_i і h_o , а поточна висота щілини визначається співвідношенням

$$h(x) = h_0 \left(1 + k \frac{x}{a} \right), \quad (1)$$

де k – постійний коефіцієнт.

Тонкість щілини і непроникність стінок, що обмежують щілину дозволяє вважати поперечну швидкість v дуже малою в порівнянні з поздовжньою швидкістю u . Нехтуючи також конвективними членами рівняння руху, запишемо систему рівнянь Нав'є-Стокса для стаціонарної течії в клиноподібній щілині у такому вигляді

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (2)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (3)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y}, \quad (4)$$

Відповідні граничні умови

$$u = -U + L \frac{\partial u}{\partial y}, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \quad (5)$$

$$u = -L \frac{\partial u}{\partial y}, \quad v = 0 \quad \text{при} \quad y = h, \quad (6)$$

$$p = p_0, \quad \text{при} \quad x = 0 \quad \text{і} \quad x = a, \quad (7)$$

де L – довжина вільного пробігу молекули або, іншими словами, довжина ковзання. При цьому умова (7) відповідає вирівнюванню тиску поза клином [16].

Рівняння (4) показує, що тиск є лише функцією координати x . В результаті інтегрування рівняння (3) двічі з урахуванням граничних умов (5) та (6) отримуємо профіль швидкості

$$u = -U \frac{h + L - y}{h + 2L} + \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - h(y + L)), \quad (8)$$

або в безрозмірному вигляді

$$W = -\frac{1 + \text{Kn}_h - Y}{1 + 2\text{Kn}_h} + A(Y^2 - Y - \text{Kn}_h), \quad (9)$$

де $W = u/U$, $Y = y/h$, параметр A є функцією координати x

$$A = \frac{h^2}{2\mu U} \frac{dp}{dx}. \quad (10)$$

Визначимо витрати у каналі як

$$\int_0^h u dy \sim \text{const}. \quad (11)$$

Підстановка рівняння (8) у рівняння (11) дає

$$hU + \frac{dp}{dx} \frac{h^2(h + 6L)}{6\mu} = \text{const}. \quad (12)$$

Виходячи з граничної умови (7), у проміжній точці з абсцисою x_m в інтервалі $0 < x_m < a$ повинно виконуватися умова $dp/dx=0$. Вводячи позначення $h=h_m$ при $x=x_m$, можливо знайти з рівняння (12)

$$h_m U = \text{const.} \quad (13)$$

Виключивши константу з рівнянь (12) та (13), можна отримати

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6U\mu(h_m - h)}{h^2(h + 6L)}. \quad (14)$$

Інтегрування рівняння (14) з урахуванням (1) дає

$$p = \frac{aU\mu \left(h(h_m + 6L) \ln \left(1 + 6 \frac{L}{h} \right) (h_m + 6L) - 6h_m L \right)}{6kh_0 h L^2} + C_1. \quad (15)$$

$$h_m = \frac{6h_0(1+k)Kn \ln \left(\frac{(1+k)(1+6Kn)}{1+k+6Kn} \right)}{6kKn + (1+k) \ln \left(\frac{1+k+6Kn}{(1+k)(1+6Kn)} \right)}, \quad (16)$$

$$C_1 = \frac{6k^2 p_0 Kn - \left(k(1+k)p_0 - 6 \frac{aU\mu}{h_0^2} \right) \ln(1+6Kn) + (1+k) \left(kp_0 - 6 \frac{aU\mu}{h_0^2} \right) \ln \left(1 + \frac{6Kn}{1+k} \right)}{k \left(6kKn + (1+k) \ln \left(\frac{1+k+6Kn}{(1+k)(1+6Kn)} \right) \right)}, \quad (17)$$

де $Kn = \frac{L}{h_0}$ – число Кнудсена в локальній координаті з висотою h_0 .

Підстановка рівнянь (16) та (17) до рівняння (15) з урахуванням рівняння (1) дає

$$P = \frac{\left(1+k+6B \frac{1-X}{1+kX} \right) \ln(1+6Kn) - (1+k) \left(1-6B \frac{X}{1+kX} \right) \ln \left(1 + \frac{6Kn}{1+k} \right) - 6 \left(kKn + B \ln \left(1 + \frac{6Kn}{1+kX} \right) \right)}{(1+k) \ln \left(\frac{(1+k)(1+6Kn)}{1+k+6Kn} \right) - 6kKn} \quad (18)$$

де

$$P = \frac{p}{p_0}, \quad B = \frac{aU\mu}{h_0^2 p_0}, \quad X = \frac{x}{a}$$

З рівнянь (1) і (16) можна отримати співвідношення для координати x_m

$$X_m = \frac{1}{k} \left(\frac{6(1+k)Kn \ln \left(\frac{(1+k)(1+6Kn)}{1+k+6Kn} \right)}{6kKn + (1+k) \ln \left(\frac{1+k+6Kn}{(1+k)(1+6Kn)} \right)} - 1 \right), \quad (19)$$

Аналіз рівняння (18) показує, що зі зростанням інтенсивності прослизання (зростання числа Kn) зміна тиску слабшає. Це зумовлено ослабленням взаємодії потоку зі стінкою. Внаслідок чого зменшується гідравлічний опір. У граничному випадку $Kn \rightarrow 0$ рівняння (18) перетворюється на наступне співвідношення

$$P = 1 + \frac{k(1-X)X}{(2+k)(1+kX)^2}, \quad (20)$$

яке було отримано Рейнольдсом [16] для граничних умов прилипання. Те саме є правильним для рівняння (19). При $Kn \rightarrow 0$, це рівняння переходить у наступне співвідношення [16]

$$X_m = \frac{1}{2+k} \quad (21)$$

На різних ділянках течії ефект прослизання по-різному впливає на профіль швидкості (9). З рівняння (9) випливає, що профіль швидкості має екстремум у точці

$$Y_m = \frac{A(1+2Kn)-1}{2A(1+2Kn)}. \quad (22)$$

Для течії без ефектів прослизання екстремум розташований на стінці, що рухається при $A = 1$ і на нерухомій стінці при $A = -1$. При збільшенні абсолютного значення параметра A точка Y_m зміщується від стінки до ядра потоку. При $Kn > 0$ ця тенденція посилюється, тобто точка екстремуму за умови $A = \text{idem}$ сильніше зміщується від стінки. Це пов'язане з ослабленням взаємодії потоку зі стінкою. Поява екстремуму також залежить від значення числа Кнудсена. Чим більше це значення, тим нижче абсолютні значення параметра A де з'являється екстремум. Це значення можна визначити за рівнянням

$$A = \begin{cases} \frac{1}{1+2Kn} & A > 0 \\ -\frac{1}{1+2Kn} & A < 0 \end{cases}. \quad (23)$$

Рівняння (22) має асимптоту, яка залежить від значення числа Кнудсена $\lim_{A \rightarrow \pm\infty} Y_m = \frac{1}{2}$,

Тобто при конфузорному плинні (параметр $A > 0$) екстремум лежить у діапазоні $Y_m = 0 \dots \frac{1}{2}$, а при дифузорному плинні (параметр $A < 0$) $Y_m = \frac{1}{2} \dots 1$.

Силові характеристики

Вираз для визначення сили R , спрямованої вздовж осі y і яка підтримує верхню стінку каналу, записується в наступному розмірному вигляді

$$R = \int_0^a (p - p_0) dx,$$

або в безрозмірному вигляді

$$\frac{R}{ap_0} = S = \int_0^1 \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right) d\left(\frac{x}{a} \right) = \int_0^1 (P - 1) dX. \quad (24)$$

$$S = \frac{\left(6B \ln(1+k) \left(-k - (1+k) \ln(1+6Kn) + (1+k) \ln \left(1 + \frac{6Kn}{1+k} \right) \right) + \right.}{k \left(- (k+k^2+36BKn) \ln(1+6Kn) + k(1+k) \ln \left(\frac{(1+k)(1+6Kn)}{1+k+6Kn} \right) + \right)} / \left(6B(1+6Kn) \ln(1+k+6Kn) + (-6B+k+k^2) \ln \left(1 + \frac{6Kn}{1+k} \right) \right) \right) / \left(k^2 \left(6kKn - (1+k) \ln \left(\frac{(1+k)(1+6Kn)}{1+k+6Kn} \right) \right) \right) \quad (25)$$

При умові $Kn \rightarrow 0$ (відсутність прослизання), рівняння (25) набуває вигляду [16]

$$S_0 = \frac{6B}{k^2} \left(\ln(1+k) - \frac{2k}{2+k} \right).$$

Ця сила має максимум при $k \approx 1.2$. На рис. 2 представлена залежність відносної гідростатичної підтримуючої сили від числа Кнудсен для різних значень коефіцієнта k . Зі збільшенням числа Кнудсена величина гідростатичної підтримуючої сили зменшується. Це вочевидь, тому що в цьому випадку слабшає вплив потоку на стінку. Зі збільшенням кута розкриття каналу (або коефіцієнта k) вплив ефекту ковзання слабшає. Таким чином, потік стає вертикальнішим і прослизання більше не впливає на величину підтримуючої сили. У цьому випадку значення параметра B взагалі не впливає на значення S/S_0 .

Для визначення опору F руху нижньої стінки знайдемо спочатку напругу тертя τ

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0}. \quad (26)$$

Використовуючи профіль (8), отримаємо з рівняння (26)

$$\tau_w = \frac{\mu U}{h+2L} - \frac{h}{2} \frac{dp}{dx}. \quad (27)$$

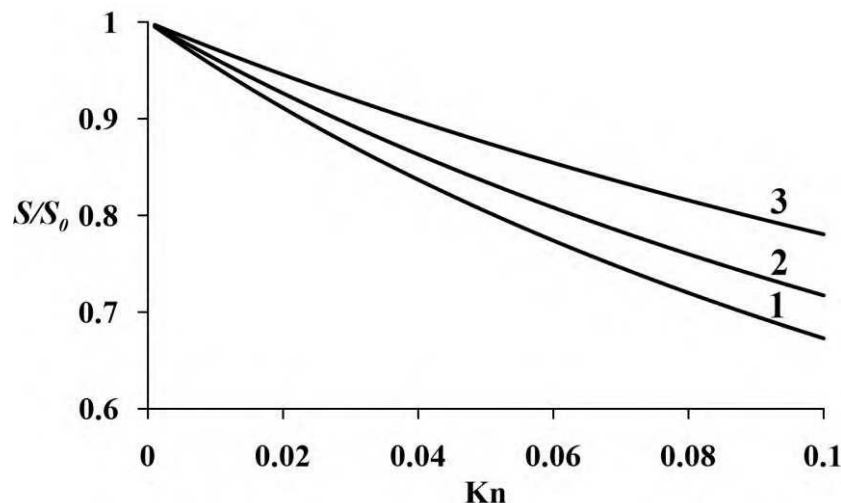


Рис. 2. Залежність відносної підтримуючої сили від числа Кнудсена: 1 – $k=0.5$; 2 – $k=1.2$; 3 – $k=3$

Підставимо сюди вирази для h (1) і для p (15) з урахуванням рівняння (17), в результаті отримаємо

$$\tau_w = \frac{\mu U}{h_0} \left[\frac{1}{1 + 2Kn + kX} + 3 \frac{6kKn(1 + kX) - (1 + k)(1 + 6Kn + kX) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right)}{(1 + k)(1 + 6Kn + kX) \left(6kKn - (1 + k) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right) \right)} \right]. \quad (28)$$

При умові $Kn \rightarrow 0$, рівняння (28) переходить у [16]

$$\tau_w = \frac{2\mu U}{h_0} \frac{2k(2 + k)X + 1 - k}{(2 + k)(1 + kX)^2}.$$

Інтегруючи рівняння (28) за координатою x від $x=0$ до $x=a$, визначимо повну силу опору руху

$$F = \left[\ln(1 + k + 2Kn) \left(6kKn - (1 + k) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right) \right) + \ln(1 + 2Kn) \left(-6kKn + (1 + k) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right) \right) - \right. \\ \left. 3 \left(6kKn \ln(1 + 6Kn) + (1 + k) \ln(1 + k) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right) - 6kKn \ln(1 + k + 6Kn) \right) \right] / \\ \left(k \left(6kKn - (1 + k) \ln \left(\frac{(1 + k)(1 + 6Kn)}{1 + k + 6Kn} \right) \right) \right) \quad (29)$$

За умовою $Kn \rightarrow 0$, рівняння (29) переходить у [16]

$$F = \frac{\mu a U}{h_0} \left(\frac{4}{k} \ln(1 + k) - \frac{6}{2 + k} \right).$$

Висновки

Робота присвячена моделюванню течії мастила в тонких щільних каналах зі стінкою, що рухається в умовах прослизання. Отримано аналітичне розв'язання задачі з урахуванням граничних умов прослизання. Показано, що зі збільшенням інтенсивності ковзання (збільшенням числа Кнудсена) зміна тиску слабшає. Вочевидь, це пов'язане з ослабленням взаємодії потоку зі стінкою. В результаті знижується гідравлічний опір.

Параметр A характеризує вплив градієнта тиску на характер течії. При позитивному значенні A тиск у напрямку потоку зменшується, характер течії конфузорний. При негативному значенні A тиск у напрямку потоку збільшується, характер течії дифузорний. При великих абсолютних значеннях параметра на профілі швидкості з'являється екстремум. Для течії без прослизання екстремум знаходиться на стінці, що рухається при $A = 1$, тоді як при $A = -1$ він знаходиться на нерухомій стінці. При збільшенні абсолютного значення параметра A точка екстремуму зміщується від стінки в ядро течії.

Отримано залежності для визначення підтримуючої сили та гідравлічного опору у щілині в залежності від числа Кнудсена та кута розкриття каналу. Визначено, що зі збільшенням числа Кнудсена величина гідростатичної підтримуючої сили зменшується, так як в цьому випадку слабшає вплив потоку на стінку. Зі збільшенням кута розкриття каналу вплив ефекту ковзання слабшає.

Робота профінансована в рамках програми наукових проектів НАН України (№ 6541230) «Підтримка пріоритетних для держави наукових досліджень і науково-технічних (експериментальних) розробок» 2023–2025 (1230). Проект: «Розробка технічних засад нової вискоєфективної технології спалювання штучних палив з твердих побутових відходів та біомаси у когенераційних енергоустановках з використанням водню, кисню, синтетичного та біометану для забезпечення енергетичної безпеки України».

ЛІТЕРАТУРА

1. Escudier M.P., Gouldson I.W., Oliveira P.J., Pinho F.T. Effects of inner cylinder rotation on laminar flow of a Newtonian fluid through an eccentric annulus. *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2000, 21, 92–103
2. Siluyanova M.V., Fertikov A.O. Calculation of the lubricant flow in the plain bearing of an aircraft engine gearbox. *Samara University Bulletin. Aerodynamic engineering, geotechnology and mechanical engineering*. 2019, 18 (2) 75-88 DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-75-88 (in Russian)
3. Giors S., Colombo E., Inzoli F, Zanino R. Computational fluid dynamic model of a tapered Holweck vacuum pump operating in the viscous and transition regimes. *J. Vac. Sci. Technol. A*. 2006, 24 (4) 1584–1591.
4. Neto C., Evans D.R., Bonaccorso E., Butt H-J., Craig V.S.J. Boundary slip in Newtonian Liquids: a review of experimental studies. *Rep. Prog. Phys.* 2005, 68, 2859–2897 DOI: 10.1088/0034-4885/68/12/R05
5. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* (2015) 29, 351–371
<https://link.springer.com/article/10.1007/s00162-015-0361-x>
6. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe. *Physics of Fluids* (2015) 27 (4), 042001. <https://doi.org/10.1063/1.4916621>
7. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach. *Journal of Molecular Liquids* (2016) 223, 156–164. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2016.08.038>
8. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient
International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow. (2010). 20(1), 111–129
DOI:10.1108/09615531011008154
9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media*. (2007). 11 (3), 241–246
DOI:10.1615/JPorMedia.v11.i3.20
10. Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I. Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels. *Transport in Porous Media*. (2018) 124(2), 919-941
DOI:10.1007/s11242-018-1104-4
11. Tyrinov A.I., Avramenko A.A., Basok B.I., Davydenko B.V. Modeling of flows in a microchannel based on the Boltzmann lattice equation. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* (2012) 85 (1), 65–72. <https://doi.org/10.1007/s10891-012-0621-1>
12. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium. *Journal of Porous Media*. (2007). 10 (5), 435–442
DOI: 10.1615/JPorMedia.v10.i5.20
13. Sharma H., Gaddam A., Agrawal A., Joshi S. Slip flow through microchannels with lubricant-infused bidimensional textured surfaces. *Microfluidics and Nanofluidics* (2019) p. 23-28 . <https://doi.org/10.1007/s10404-019-2197-y>
14. Xie Z., Zhang Y., Zhou J., Zhu W. Theoretical and experimental research on the micro interface lubrication regime of water lubricated bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing Volume 151*, April 2021, 107422 <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107422>
15. Foroughi H. Kawaji M. Viscous oil-water flows in a microchannel initially saturated with oil: flow patterns and pressure drop characteristics. *Int. J. Multiphase Flow*. 2011, 37, 1147–1155
16. Reynolds O. On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1886, 177, 157–234 Published By: Royal Society

THE FLOW OF LUBRICANT IN A NARROW WEDGE-SHAPED SLOT WITH A MOVABLE WALL IS CONSIDERED

Avramenko A.A.¹, Tyrinov A.I.², Kovetskaya M.M.³, Kondratieva E.A.⁴

¹*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, Ukraine Corresponding Member of the NAS of Ukraine, ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2416-3512>*

²*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, Dr Sci, (Engin.) <https://orcid.org/0000-0003-2454-9113>*

³*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, PhD (Engin.) <https://orcid.org/0000-0002-8455-4689>*

⁴*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, PhD (Engin.)*

<https://doi.org/10.31472/tpe.2.2023.2>

The article presents the results of a study of the lubricant flow in a narrow wedge-shaped slot with a movable wall. A solution to the problem with slip boundary conditions on the channel walls is obtained. The effect of slippage on the change in hydrostatic lift and hydraulic resistance in the slotted channel is shown.

It was determined in the work that with an increase in the slip intensity (an increase in the value of the Knudsen number), the pressure variation weakens. This is due to the weakening of the interaction of the flow with the wall. As a result, the hydraulic resistance is reduced.

The dependence of the relative hydrostatic lifting force on the Knudsen number and the opening angle of the channel is obtained. It is determined that with an increase in the Knudsen number, the magnitude of the hydrostatic lifting force decreases, since the influence of the flow on the wall weakens. The influence of slippage weakens with an increase in the opening angle of the channel.

References 16, figures 2.

Key words: lubricant, narrow channel, slip conditions, lifting force.

1. Escudier M.P., Gouldson I.W., Oliveira P.J., Pinho F.T. Effects of inner cylinder rotation on laminar flow of a Newtonian fluid through an eccentric annulus. *Int. J. Heat Fluid Flow*. 2000, 21, 92–103

2. Siluyanov M.V., Fertikov A.O. Calculation of the lubricant flow in the plain bearing of an aircraft engine gearbox. *Samara University Bulletin. Aerodynamic engineering, geotechnology and mechanical engineering*. 2019, 18 (2) 75–88 DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-75-88 (in Russian)

3. Giors S., Colombo E., Inzoli F., Zanino R. Computational fluid dynamic model of a tapered Holweck vacuum pump operating in the viscous and transition regimes. *J. Vac. Sci. Technol. A*. 2006, 24 (4) 1584–1591.

4. Neto C., Evans D.R., Bonaccorso E., Butt H-J., Craig V.S.J. Boundary slip in Newtonian Liquids: a review of experimental studies. *Rep. Prog. Phys.* 2005, 68, 2859–2897 DOI: 10.1088/0034-4885/68/12/R05

5. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics* (2015) 29, 351–371

<https://link.springer.com/article/10.1007/s00162-015-0361-x>

6. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe. *Physics of Fluids* (2015) 27 (4), 042001. <https://doi.org/10.1063/1.4916621>

7. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Abdallah S., Blinov D.G., Harmand S., Tyrinov A.I. Symmetry analysis for film boiling of nanofluids on a vertical plate using a nonlinear approach. *Journal of Molecular Liquids* (2016) 223, 156–164. <https://doi.org/10.1016/j.molliq.2016.08.038>

8. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer with an inclined temperature gradient

International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow. (2010). 20(1), 111–129

DOI: 10.1108/09615531011008154

9. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section. *Journal of Porous Media*. (2007). 11 (3), 241–246

DOI:10.1615/JPorMedia.v11.i3.20

10. Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I. Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels. *Transport in Porous Media*. (2018) 124(2), 919–941

DOI:10.1007/s11242-018-1104-4

11. Tyrinov A.I., Avramenko A.A., Basok B.I., Davydenko B.V. Modeling of flows in a microchannel based on the Boltzmann lattice equation. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* (2012) 85 (1), 65–72. <https://doi.org/10.1007/s10891-012-0621-1>

12. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium. *Journal of Porous Media*. (2007). 10 (5), 435–442 DOI: 10.1615/JPorMedia.v10.i5.20

13. *Sharma H., Gaddam A., Agrawal A., Joshi S.* Slip flow through microchannels with lubricant-infused bidimensional textured surfaces. *Microfluidics and Nanofluidics* (2019) p. 23–28 . <https://doi.org/10.1007/s10404-019-2197-y>

14. *Xie Z., Zhang Y., Zhou J., Zhu W.* Theoretical and experimental research on the micro interface lubrication regime of water lubricated bearing. *Mechanical Systems and Signal Processing* Volume 151, April 2021, 107422 <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.107422>

15. *Foroughi H., Kawaji M.* Viscous oil-water flows in a microchannel initially saturated with oil: flow patterns and pressure drop characteristics. *Int. J. Multiphase Flow*. 2011, 37, 1147–1155

16. *Reynolds O.* On the Theory of Lubrication and Its Application to Mr. Beauchamp Tower's Experiments, Including an Experimental Determination of the Viscosity of Olive Oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1886, 177, 157–234 Published By: Royal Society

Отримано 07.02.2023

Received 07.02.2023