

УДК 532.536

ДИНАМІКА РОЗВИТКУ УДАРНОЇ ХВИЛІ В ГАЗІ ВАН ДЕР ВААЛЬСА

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, Дмитренко Н.П., канд. техн. наук,
Кондратьєва О.О., канд. техн. наук, Проценко Л.М.

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, м. Київ 03680, Україна

<https://doi.org/10.31472/tpe.3.2023.2>

Використовуючи аналітичний аналіз розв'язано задачу проходження газового газу Ван-дер-Ваальса через пряму ударну хвилю. Для цього використовували модифіковані умови Ренкіна-Гюгоніо. Виявлено вплив параметрів Ван-дер-Ваальса на характер ударної адіабати та на характеристики швидкості потоку.

Analytical analysis was used to solve the problem of Van der Waals gas passing through a direct shock wave. For this, modified Rankin-Hugoniot conditions were used. The influence of Van der Waals parameters on the character of the shock adiabatic and on the characteristics of the flow velocity was revealed.

Бібл. 20.

Ключові слова: ударна хвиля, скачок ущільнення, газ Ван дер Ваальса, швидкість потоку.

a, b – параметри Ван дер Ваальса;

a_s – швидкість звуку;

c_p – ізобарна теплоємність;

c_v – ізохорна теплоємність;

h – ентальпія;

k – показник ізоентропічного розширення;

p – тиск;

R – газова стала;

T – температура;

u – внутрішня енергія;

U – швидкість потоку;

V – об'єм;

λ – коефіцієнт швидкості

ρ – густина

Індекси:

1 – параметр перед ударною хвилею;

2 – параметр після ударної хвилі.

Вступ

Складність вивчення особливостей процесів проходження потоку через надзвуковий поріг і навпаки гальмування надзвукових течій пов'язана з утворенням ударних хвиль різної форми і складної структури, за яких відбувається розрив параметрів стану газу. Ударною хвилею є сильне нелінійне збурення, яке рухається з надзвуковою швидкістю. За такого виду збурення основні фізичні характеристики потоку (температура, щільність, тиск) піддаються розриву, проходячи через так званий стрибок ущільнення [1].

У техніці найбільш досліджений випадок виникнення і поширення ударної хвилі в потоці з надзвуковою швидкістю в соплах Лавалю [2, 3]. Відповідно до динаміки течії в соплі Лавалю, потік досягає звукової швидкості в найменшому поперечному перерізі зазначеної геометрії. І з розширенням каналу потік прискорюється зі зменшенням тиску. При різкому збільшенні тиску на виході із сопла в надзвуковому потоці спостерігається падіння швидкості до звукового рівня. Такий ефект спричиняється ударною хвилею.

Основною характеристикою швидкості та інтенсивності ударної хвилі прийнято вважати число Маха ($M = U/a_s$, U – швидкість потоку, a_s – швидкість звуку). Поширення ударної хвилі при $M > 5$ не може бути описано моделлю ідеального газу. Оскільки в системі відбувається різкий стрибок температури, що для реальних газів спричиняє складніші хімічних процесів, які неможливо прогнозувати моделлю ідеального газу. У таких випадках для опису поведінки реальних газів використовують рівняння стану Ван-дер-Ваальса, яке враховує основні властивості таких газів та міжмолекулярні взаємодії.

Моделю ідеального газу дозволяє описувати стан реального газу лише у відносно невеликій області зміни параметрів стану [4]. Для проведення конструкторських розрахунків, а також для визначення оптимальних умов роботи теплообмінного обладнання необхідно враховувати вплив реальних теплофізичних властивостей газу на процеси.

Авторами [5 - 7] на основі теорії гіперболічних систем виявлено вплив незбуреного газового стану систе-

ми на особливості ударної хвилі та фазові переходи в неідеальному газі. Було виділено три незбурені стани системи, які призводять до ударних хвиль, які викликають фазові переходи газ – рідина та навпаки.

Використовуючи двовимірну постановку задачі, автори [8] теоретично та чисельно розглянули динаміку розвитку нейтрально стійких ударних хвиль у газі Ван дер Ваальса. Навели залежності, що характеризують згасання двовимірних збурень ударних хвиль у газі Ван дер Ваальса порівняно з ідеальним газом. Ідентифіковано вплив тиску перед ударною хвилею на її нейтральну стійкість. Також показано динаміку зменшення амплітуди ударної хвилі з часом.

Деякі аспекти розвитку ударних хвиль у неідеальних газах наведені у [9, 10]. В [9] використаний асимптотичний підхід для виведення рівняння розвитку хвильових ефектів. Також отримано рівняння для зростання хвилі, що прискорюється, і показано вплив магнітного поля і параметра Ван-дер-Ваальса на розпад профілю. Ефекти розповсюдження ударної хвилі в суміші неідеального газу та твердих частинок розглянуті в [10] з метою отримання рішення подібності для одностороннього нестационарного течії.

Різку зміну параметрів потоку, а саме, стрибок ущільнення вперше було досліджено в [11 - 13], як розрив основних параметрів потоку. Зазначений процес можна розглядати як адіабатичний. При цьому ентальпія потоку до та після розриву його параметрів не змінюється і ефектами поверхневого тертя можна знехтувати.

Розвиток мікро- і наносистем також вимагає досліджень ударних хвиль і їх впливу, як на окремі елементи, так і на системи в цілому. Мікросистеми працюють під дією різного виду навантажень. В роботах [14] представлені результати досліджень ударних хвиль в мікросистемах. Особливості реалізації потоків в мікроканалах показано в [15-20].

У даній статті аналітично буде розглянуто питання зміни параметрів потоку газу Ван дер Ваальса під час його проходження через прямий стрибок ущільнення. А саме вплив ступеня стиснення реальних газів і констант Ван дер Ваальса на ударну адіабату.

Математична модель

Отже процес проходження газу Ван дер Ваальса через пряму ударну хвилю можна описати системою рівнянь Ранкіна-Гюгоніо [11 - 13]. Ця система складається з наступних рівнянь:

$$\rho_1 U_1 = \rho_2 U_2, \quad (1)$$

$$p_1 + \rho_1 U_1^2 = p_2 + \rho_2 U_2^2, \quad (2)$$

$$h_1 + \frac{U_1^2}{2} = h_2 + \frac{U_2^2}{2}. \quad (3)$$

Доповнюємо систему (1) – (3) рівнянням стану газу Ван -дер –Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(V - b) = \left(p + a\rho^2\right)\left(\frac{1}{\rho} - b\right) = RT, \quad (4)$$

де $V = 1/\rho$ - питомий об'єм.

Рівняння для ентальпії має такий вигляд

$$h = E + Vp = c_v T - a\rho + \frac{p}{\rho}. \quad (5)$$

Далі виключимо теплоємність і температуру з (5). Спочатку отримаємо вираз для питомого об'єму із (4) як функцію температури. Це кубічне рівняння, яке має один дійсний корінь і два комплексно спряжених. Диференціюючи дійсний корінь за температурою, ми отримуємо громіздкий вираз для $(\partial V / \partial T)_p$ [29, 30]. Розгорнемо вираз $(\partial V / \partial T)_p$ для ряду Тейлора. В результаті отримуємо

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{p} + \frac{a}{RT^2} - \frac{4abp}{R^2 T^3}. \quad (6)$$

Розширимо отриманий вираз у ряд Тейлора і отримаємо

$$c_v - c_p = \frac{R^2 T}{pV} + \frac{R^2 T b}{pV^2} + \frac{a}{TV}, \quad (7)$$

Виключимо звідси складову RT і знову отримаємо ряд Тейлора

$$c_v - c_p = R \left(1 + \frac{a}{pV^2} \left(2 + \frac{b}{V} \right) \right). \quad (8)$$

Видно, що для газу Клаперона (ідеальний газ, $a = b = 0$) рівняння (8) перетворюється на рівняння Майера. Тепер ми виключаємо температуру на основі (4), а потім виключаємо універсальну газову константу на основі (8).

Тепер рівняння (3) можна записати у такій формі

$$\frac{(k - \rho_1 b)p_1 + (4 - k)a\rho_1^2}{(k - 1)\rho_1} + \frac{U_1^2}{2} = \frac{(k - \rho_2 b)p_2 + (4 - k)a\rho_2^2}{(k - 1)\rho_2} + \frac{U_2^2}{2}. \quad (9)$$

Далі визначимо параметри ударної адіабати.

Перетворюємо (2) з урахуванням (1) на форму

$$p_1 - p_2 = \rho_1 U_1 (U_2 - U_1) \quad (10)$$

В результаті отримаємо

$$(p_1 - p_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = U_2^2 - U_1^2. \quad (11)$$

З (9) слідує

$$U_2^2 - U_1^2 = \frac{2}{k - 1} \left(\frac{(k - \rho_1 b)p_1 + (4 - k)a\rho_1^2}{\rho_1} - \frac{(k - \rho_2 b)p_2 + (4 - k)a\rho_2^2}{\rho_2} \right). \quad (12)$$

Прирівняємо (11) та (12). Отримаємо наступний вираз

$$\left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) = \frac{2}{k - 1} \left((k - B) + (4 - k)A - \left[\left(k - B \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \frac{p_2}{p_1} + (4 - k) \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} A \right] \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \quad (13)$$

$$\text{де } A = \frac{\alpha \rho_1^2}{p_1}, \quad B = \rho_1 \beta.$$

Розв'язуючи рівняння (13) щодо p_2 / p_1 , отримуємо

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \left(1 - 2B - 8A \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \right) \frac{\rho_2}{\rho_1} + k \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \left(2A \frac{\rho_2}{\rho_1} + 1 \right)}{(k + 1) - (k + 2B - 1) \frac{\rho_2}{\rho_1}}. \quad (14)$$

Рівняння (14) є рівнянням ударної адіабати. У випадку $a = b = 0$, рівняння (14) перетворюється на рівняння ударної адіабати Гюгоніо.

Рівняння (14) має асимптоту

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{k + 1}{k + 2B - 1}. \quad (15)$$

За умови (15) стрибок тиску (14) йде до нескінченності. Для випадку $a = b = 0$, рівняння (15) перетворюється на

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{k + 1}{k - 1}. \quad (16)$$

Ударна адіабата

Результати розрахунків показали, що повітря ($k = 1.4$), якщо його розглядати як ідеальний газ, при проходженні через стрибок не може підвищити свою щільність більш ніж в шість разів. Асимптота граничного підвищення густини зсувається в область менших значень $\rho_1 b$. Як відомо параметр b описує додатковий об'єм простору, який не заповнений молекулами. Отже, збільшення цього об'єму спричиняє зростання відстані між молекулами. І значить концентрація молекул зменшується. Тому при збільшенні тиску збільшення щільності зменшується. І при цьому густина не збільшуватиметься. Крім того, на стан асимптоти впливає значення показника адіабати. При підвищенні значення цього параметра положення асимптоти також зміщується в бік менших значень ρ_2 / ρ_1 . Вираз (15) вказує, що параметр A ніяк не впливає на положення асимптоти. Нагадаємо, що цей параметр характеризує додатковий тиск, що виникають в пристінному шарі. У розглянутій задачі відсутня взаємодія з твердою поверхнею. Очевидно, тому даний фактор не впливає на положення асимптоти. Далі розглянемо вплив зміна параметрів A і B на поведінку ударної адіабати. Відомо, що за умови $a = 0$, $b > 0$ газ завжди нагрівається як відбувається в стрибку ущільнення. Тому проаналізуємо спочатку цей випадок, а саме, залежність (14) за умови $a = 0$. Як було виявлено, зі збільшенням незаповненого об'єму асимптота зміщується в бік менших значень ρ_2 / ρ_1 . Отже, в цьому випадку тиск повинен рости швидше.

Зміна параметра A ніяким чином не впливає на положення асимптоти ударної адіабати. Збільшення значення параметра A лише уповільнює зростання тиску в сачку ущільнення.

Отримані результати дають змогу зробити висновок, що виникнення молекулярного «додаткового» тиску безпосередньо перед стрибком уповільнює зростання тиску після нього. Крім того, аналіз показує, що запропонована модель має обмеження. Тобто існує граничне значення параметра A_{cr} , вище якого дана модель дає не фізична результати - в ударній адіабаті з'являється максимум. Виникнення і положення цього максимуму залежить від комбінації значень параметрів A і B . З ростом значення параметра B значення A_{cr} зростає. Щоб визначити місце розташування максимуму проаналізуємо рівняння (14) на екстремум. Знайшовши похідну від (14) за i прирівнявши її нулю, знаходимо вираз для координати

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)_{\max} = (A(-4+k)(1+k) + \sqrt{2} \sqrt{-A(-1+B)(-4+k)(A(-4+k)(1+k) + k(-1+2B+k))}) / (A(-4+k)(-1+2B+k))) \quad (17)$$

Рівняння (17) можна використовувати, щоб отримати значення A_{cr} при фіксованих значеннях B і k . Максимум на «нефізичній» ударній адіабаті виникає, коли значення $(\rho_2 / \rho_1)_{\max}$ переходить від комплексних значень до дійсним. Наприклад, як показує рис. 5.1.4, при $k = 1.4$ для $B = 0$ $A_{cr} = 0,9$, для $B = 0,05$ $A_{cr} = 0,113$, для $B = 0,1$ $A_{cr} = 0,135$.

Зміна швидкості

Далі буде знайдено зв'язок швидкостями потоку до стрибка і після. Для цього перетворюємо рівняння (10) з урахуванням (1) на

$$U_1 - U_2 = \frac{P_2}{\rho_2 U_2} - \frac{P_1}{\rho_1 U_1}. \quad (18)$$

Виразимо ентальпію через швидкість звуку a_s . Перепишемо (9) у наступній формі

$$\frac{(k - \rho_1 b)}{k(k-1)} a_{s1}^2 + \frac{(4-k) a \rho_1^2}{k(k-1) \rho_1} a_{s1}^2 + \frac{U_1^2}{2} = const \quad (19)$$

Щоб знайти константу в (19), перепишемо це рівняння для критичного потоку, тобто коли швидкість потоку дорівнює швидкості звуку a_s . Тоді маємо з (19). В результаті отримуємо

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \left[a_s^2 \left(\frac{(k-B)}{k(k-1)} + \frac{(4-k)A}{k(k-1)} + \frac{1}{2} \right) - \frac{U_1^2}{2} \right] / \left(\frac{k-B}{k-1} + \frac{(4-k)A}{k-1} \right). \quad (20)$$

Так само ми маємо

$$\frac{p_2}{\rho_2} = \left[a_s^2 \left(\frac{\left(\frac{k-B \frac{\rho_2}{\rho_1}}{k(k-1)} + \frac{(4-k)A}{k(k-1)} \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} + \frac{1}{2} \right) - \frac{U_2^2}{2} \right) / \left(\frac{\left(\frac{k-B \frac{\rho_2}{\rho_1}}{k-1} + \frac{(4-k)A}{k-1} \frac{p_1}{p_2} \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2} \right)} \right). \quad (21)$$

Перетворюємо (18) з урахуванням (20) та (21) і введемо поняття коефіцієнта швидкості $\lambda = \frac{U}{a_s}$. В результаті маємо рівняння у відносній формі:

$$1 - \Lambda = \frac{\frac{1}{\Lambda \lambda_1^2} \left(\frac{k-B/\Lambda}{k} + \frac{(4-k)A}{k\Lambda^2} \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_2} + \frac{k-1}{2} \right) - \frac{k-1}{2} \Lambda}{k - \frac{B}{\Lambda} + \frac{(4-k)A}{\Lambda^2} \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{p}_2}} - \frac{\frac{1}{\lambda_1^2} \left(\frac{k-B}{k} + \frac{(4-k)A}{k} + \frac{k-1}{2} \right) - \frac{k-1}{2}}{k-B+(4-k)A}, \quad (22)$$

де $\Lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$ для ідеального газу ($(\alpha=\beta=0)$) цей вираз перетворюється на співвідношення Прандтля $\lambda_1 \lambda_2 = 1$.

Співвідношення p_2/p_1 виключається з (22) на основі рівняння (14). Рівняння (22) є рівнянням четвертого порядку щодо параметра Λ . Однак це рівняння простіше вирішити для λ_1^2 і виразити рішення як функцію параметра Λ . Зробивши це, можна отримати.

$$\begin{aligned} & \lambda_1^2 = \left(-2A^2(-4+k)(-1+k+(-1+2B+k^2)\Lambda+2k\Lambda^2) + (-1+2B+k(-1+\Lambda)+\Lambda) \right. \\ & \Lambda(2B^2+k^2(1+k)\Lambda-2Bk(1+\Lambda))+A(-4+k) \\ & (-8B^2\Lambda+(2(-1+k)+(-1+k)(3+k)\Lambda-(3+k(2+3k))\Lambda^2+2(-1+k)\Lambda^3)+ \\ & 2B(-k^2\Lambda+(1+\Lambda)^2+k(-1+3\Lambda(1+\Lambda))))/ \\ & (k\Lambda(-1+2B+2A(-4+k)-k+(-1+k)\Lambda) \\ & (\Lambda(B(1-2B)+k)+(B-k)(1+k))+A(-4+k) \\ & (1+\Lambda-2B\Lambda+\Lambda^2+k(-1+(-1+\Lambda)\Lambda)))) \end{aligned} \quad (23)$$

У випадку $A=B=0$, рівняння (23) спрощено до

$$\lambda_1^2 = \frac{1}{\Lambda} \quad (24)$$

що є рівнянням Прандтля.

Розрахунки за рівнянням (23) показують, що для газу Ван-дер-Ваальса стрибок ущільнення «слабшає» в порівнянні з газом Клайперона ($B = 0$), тобто зменшення швидкості в газі Ван дер Ваальса менше в порівнянні з випадком $B = 0$. Це узгоджується з тенденцією зміни щільності в стрибку при збільшенні значення параметра B . Збільшення параметра A діє в протилежному напрямку. З ростом значення параметра A перепад тиску зростає повільніше і, отже, стрибок швидкості збільшується. Але, як видно, цей ефект незначний.

Рішення рівняння (22) можна подати у ще простішій формі, якщо розв'язати його щодо значення $1/\lambda_1^2$. Це дасть рівняння

$$\frac{1}{\lambda_1^2} = 2k \left(-1 - \frac{-1+k}{2(B+A(-4+k)-k)} + \Lambda - \frac{(-1+k)\Lambda}{2 \left(k - \frac{B}{\Lambda} + \frac{A(-4+k)(1-2B+k(-1+\Lambda)+\Lambda)}{\Lambda(2A(-4+k)(-1+\Lambda)+\Lambda(-1+2B-k+(-1+k)\Lambda))} \right)} \right) /$$

$$\left(\frac{2B+2A(-4+k)-k(1+k)}{B+A(-4+k)-k} + \frac{\Lambda(-1+2B-k+(-1+k)\Lambda)(2B-k(1+k)\Lambda)-2A(-4+k)(1+\Lambda-2B\Lambda+k(-1+\Lambda)(1+\Lambda+k\Lambda))}{\Lambda(\Lambda(-1+2B-k+(-1+k\Lambda)(-B+k\Lambda)+A(-4+k)(1+\Lambda-2B\Lambda+k(-1+\Lambda)(1+2\Lambda)))} \right).$$
 (25)

У цьому виразі залежність $1/\lambda_1^2 = f(\Lambda)$ близька до лінійної. У випадку $A = 0$, тобто коли газ завжди нагрівається, рівняння (22) має досить просту форму розв'язку щодо Λ

$$\Lambda = -\left(k^3 + Bk(-2 + \lambda_1^2 - 2B\lambda_1^2) + k^2(1 + B\lambda_1^2) + \sqrt{k(-8B(B-k)^2(1+k)\lambda_1^2 + k(-2B+k+k^2+B(1-2B+k)\lambda_1^2)^2}\right) /$$

$$(2(B-k)k(1+k)\lambda_1^2)$$
 (26)

У виразі (26) можна перейти від коефіцієнтів швидкості до чисел Маха.

$$\frac{k-B+(4-k)A}{k(k-1)\text{Ma}_1^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{\lambda_1^2} \left(\frac{k-B+(4-k)A}{k(k-1)} + \frac{1}{2} \right),$$
 (27)

$$\text{де } \text{Ma}_1 = \frac{U_1}{a_{s1}}.$$

Число Маха. З (27) ми знаходимо зв'язок між коефіцієнтом швидкості та числом Маха

$$\lambda_1 = \text{Ma}_1 \sqrt{\frac{k(k+1)-2B+2A(4-k)}{k(2+(k-1)\text{Ma}_1^2)-2B+2A(4-k)}}. \quad (28)$$

Для ідеального газу ($A = B = 0$) рівняння (28) перетворюється на

$$\lambda_1 = \text{Ma}_1 \sqrt{\frac{k+1}{2+(k-1)\text{Ma}_1^2}}. \quad (29)$$

Використовуючи (29) та подібне рівняння для величин λ_2 та Ma_1^2 , можна перейти у рівнянні від коефіцієнтів швидкості до чисел Маха, але в цьому випадку рівняння буде ще більш громіздким.

Також можливо зробити це по-іншому, розв'язавши рівняння (26) для числа Маха:

$$Ma_1 = \sqrt{\frac{2(k\lambda_1 - B + A(4-k))}{k(k+1) - k(k-1)\lambda_1^2 - 2B + 2A(4-k)}}. \quad (5.1.43)$$

Висновки

У статті модифіковані умови Ренкіна – Гюгоніо використані для аналітичного дослідження динаміки зміни параметрів газового потоку Ван-дер-Ваальса при проходженні ним прямої ударної хвилі.

Збільшення параметра B моделі Ван-дер-Ваальса сприяє зсуву ударної адіабати в бік менших значень ρ_2 / ρ_1 . Аналіз впливу параметра A моделі Ван-дер-Ваальса на поведінку ударної адіабати показав сповільнення зростання тиску в ударній хвилі. Визначено граничні значення параметра A_{cr} , вище яких запропонована методика розрахунку стає непридатною. Показано, що на граничне значення параметра A_{cr} впливає параметр B . Збільшення параметра B сприяє розширенню діапазону значень параметра A_{cr} , тобто області, в якій запропонована модель адекватно описує фізику процесу.

Отримані аналітичні рішення також дають змогу оцінити вплив параметрів A і B на коефіцієнт витрати. Збільшення параметра A , як і параметра B , призводить до незначного збільшення стрибка швидкості.

Робота профінансована в рамках програми наукових проектів НАН України (№ 6541230) «Підтримка пріоритетних для держави наукових досліджень і науково-технічних (експериментальних) розробок» 2023–2025 (1230). Проект: «Розробка технічних засад нової високоефективної технології спалювання штучних палив з твердих побутових відходів та біомаси у когенераційних енергоустановках з використанням водню, кисню, синтетичного та біометану для забезпечення енергетичної безпеки України».

ЛІТЕРАТУРА

1. Zel'dovich Ya.B., Reizer Yu.P. Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena. Dover, New York, 2002. – p. 896.
2. Çengel Y.A., Boles M.A. Thermodynamics: An Engineering Approach, 5th ed., McGraw-Hill Education, New York, NY, USA, 2004. – p. 963.
3. Weigand B., Köhler J., Von Wolfersdorf J. Thermodynamik kompakt, 4., Aktualisierte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2016. – p. 210.
4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya Y.Yu., Dmitrenko N.P. An integral method for natural convection of Van der Waals gases over a vertical plate // Energies. – 2021. Vol. 14, № 15. Pp. 4537.
5. Ruggeri T., Mentrelli A., Sugiyama M. Admissible shock waves and shock-induced phase transition in a van der waals fluid (Part II – Rankine-Hugoniot conditions and shock admissibility), Waves and Stability in Continuous Media. 2010. Pp. 279-288.
6. Mentrelli A., Ruggeri T., Sugiyama M., Zhao N. Shock wave admissibility and shock-induced phase transitions in a van der Waals fluid, Series in Contemporary // Appl. Math., Hyperbolic Problems. 2012. pp. 559-567.
7. Zhao N., Mentrelli A., Ruggeri T., Sugiyama M. Admissible shock waves and shock-induced phase transition in a van der Waals fluid // Phys. Fluids. № 23, 2011, 086101.
8. Konyukhov A.V., Likhachev A.P., Fortov V.E., Khishchenko K.V., Anisimov S.I., Oparin A.M., Lomonosov I.V. On the neutral stability of a shock wave in real media // JETP Letters Vol. 90, №1, 2009, pp. 18–24.
9. Nath T., Gupta R.K., Singh L.P. Evolution of weak shock waves in non-ideal magnetogasdynamics // Acta Astronautica, № 133, 2017, pp. 397-402.
10. Vishwakarma J.P., Nath G., A self- similar solution of a shock propagation in a mixture of a non-ideal gas and small solid particles // Meccanica. Vol. 44, №3, 2009, pp. 239–254.
11. Rankine W.J.M. On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 160, 1870, pp. 277–288.
12. Hugoniot H. Mémoire sur la propagation des mouvement dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)] // J. l'École Polytechnique (in French). №57, 1887, pp. 3–97.
13. H. Hugoniot, Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], J. l'École Polytechnique. 58, 1889, pp. 1–125.
14. Giordano J., Perrier P., Meister L., Brouillette M. Shock wave attenuation in a micro-channel // Shock Waves. Vol.28, 2018, pp1251–1262
15. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section.Theoretical and Computational // Fluid Dynamics. Vol.29, 2015 pp. 351–371.

16. *Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V.* An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe // *Physics of Fluids*. Vol.27, №4, 2015, pp. 042001.
17. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V.* Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section // *Journal of Porous Media*. Vol.11, №3, 2007, pp. 241–246.
18. *Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I.* Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels // *Transport in Porous Media*. Vol.124, №2, 2018, pp. 919–941.
19. *Tyrinov A.I., Avramenko A.A., Basok B.I., Davydenko B.V.* Modeling of flows in a microchannel based on the Boltzmann lattice equation // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. Vol.85, №1, 2012, pp. 65–72.
20. *Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A.* Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium // *Journal of Porous Media*, Vol.10, №5, 2007, pp. 435–442.

DYNAMICS OF SHOCK WAVE DEVELOPMENT IN VAN DER WAALS GAS

Avramenko A.A.¹, Dmitrenko N.P.², Kondrateva O.O.³, Protsenko L.M.⁴¹*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, Ukraine Corresponding Member of the NAS of Ukraine, ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2416-3512>*²*PhD (Engin.), Senior Researcher, Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, Ukraine. ID ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-2643-3010>*³*PhD (Engin.), Senior Researcher, Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Maria Kapnist str., Kyiv, 03057, Ukraine.*⁴*Junior Researcher, Institute of Engineering Thermophysics, National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Kapnist str., Kyiv 03680, Ukraine*<https://doi.org/10.31472/tpe.3.2023.2>

The difficulty of studying flow passing through the supersonic threshold and the braking of supersonic flows is associated with the formation of shock waves of different shapes and structures. It cause breakdown of gas state parameters. A shock wave is a strong nonlinear disturbance that travels at supersonic speeds. Under this type of disturbance, the main physical characteristics of the flow (temperature, density, pressure) are breaking, passing through pressure jump.

In this paper changing of the Van der Waals gas flow parameters are analytically considered where stream passes through the normal pressure jump. Namely, the influence of the degree of compression of real gases and Van der Waals constants on the shock adiabat are investigated. The modified Rankine-Hugoniot conditions are used for the analytical study of changing the parameters of the Van der Waals gas flow.

An increase in the parameter B of the van der Waals model contributes to the shift of the shock adiabat towards smaller values. Analysis of the effect of parameter A of the van der Waals model on the behavior of the shock adiabat showed a slowing down of pressure growth in the shock wave. Limit values of parameter A_{cr} , above which the proposed calculation method becomes unusable, have been determined. It is shown that the limiting value of the parameter A_{cr} is affected by the parameter B . An increase in

the parameter B contributes to the expansion of the range of values of the parameter A_{cr} . It is range, in which the proposed model, adequately describes the physics of the process.

The obtained analytical solutions also make it possible to estimate the influence of parameters A and B on the flow rate. Increasing parameter A , as well as parameter B , leads to a slight increase in the speed jump.

References 20.

Key words: shock wave, pressure jump, Van der Waals gas, flow velocity.

1. Zel'dovich Ya.B., Reizer Yu.P. Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena. Dover, New York, 2002. – p. 896.

2. Çengel Y.A., Boles M.A. Thermodynamics: An Engineering Approach, 5th ed., McGraw-Hill Education, New York, NY, USA, 2004. – p. 963.

3. Weigand B., Köhler J., Von Wolfersdorf J. Thermodynamik kompakt, 4., Aktualisierte Auflage, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2016. – p. 210.

4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya Y.Yu., Dmitrenko N.P. An integral method for natural convection of Van der Waals gases over a vertical plate // Energies. – 2021. Vol. 14, № 15. Pp. 4537.

5. Ruggeri T., Mentrelli A., Sugiyama M. Admissible shock waves and shock-induced phase transition in a van der Waals fluid (Part II – Rankine-Hugoniot conditions and shock admissibility), Waves and Stability in Continuous Media. 2010. Pp. 279-288.

6. Mentrelli A., Ruggeri T., Sugiyama M., Zhao N. Shock wave admissibility and shock-induced phase transitions in a van der Waals fluid, Series in Contemporary // Appl. Math., Hyperbolic Problems. 2012. pp. 559-567.

7. Zhao N., Mentrelli A., Ruggeri T., Sugiyama M. Admissible shock waves and shock-induced phase transition in a van der Waals fluid // Phys. Fluids. № 23, 2011, 086101.

8. Konyukhov A.V., Likhachev A.P., Fortov V.E., Khishchenko K.V., Anisimov S.I., Oparin A.M., Lomonosov I.V. On the neutral stability of a shock wave in real media // JETP Letters Vol. 90, №1, 2009, pp. 18–24.

9. Nath T., Gupta R.K., Singh L.P. Evolution of weak shock waves in non-ideal magnetogas dynamics // Acta Astronautica, № 133, 2017, pp. 397-402.

10. Vishwakarma J.P., Nath G., A self- similar solution of a shock propagation in a mixture of a non-ideal gas and small solid particles // Meccanica. Vol. 44, №3, 2009, pp. 239–254.

11. Rankine W.J.M. On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 160, 1870, pp. 277–288.

12. Hugoniot H. Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)] // J. l'École Polytechnique (in French). №57, 1887, pp. 3–97.
13. H. Hugoniot, Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], J. l'École Polytechnique. 58, 1889, pp. 1–125.
14. Giordano J., Perrier P., Meister L., Brouillette M. Shock wave attenuation in a micro-channel // Shock Waves. Vol.28, 2018, pp.1251–1262
15. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. Start-up slip flow in a microchannel with a rectangular cross section. Theoretical and Computational // Fluid Dynamics. Vol.29, 2015 pp. 351–371.
16. Avramenko A.A., Tyrinov A.I., Shevchuk I.V. An analytical and numerical study on the start-up flow of slightly rarefied gases in a parallel-plate channel and a pipe // Physics of Fluids. Vol.27, №4, 2015, pp. 042001.
17. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V. Flow in a curved porous channel with a rectangular cross section // Journal of Porous Media. Vol.11, №3, 2007, pp. 241–246.
18. Avramenko A.A., Kovetska Y.Y., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I., Shevchuk V.I. Mixed convection in vertical flat and circular porous microchannels // Transport in Porous Media. Vol.124, №2, 2018, pp. 919–941.
19. Tyrinov A.I., Avramenko A.A., Basok B.I., Davydenko B.V. Modeling of flows in a microchannel based on the Boltzmann lattice equation // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. Vol.85, №1, 2012, pp. 65–72.
20. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium // Journal of Porous Media, Vol.10, №5, 2007, pp. 435–442.

Отримано 07.02.2023
Received 07.02.2023

Прийнято до друку 15.08.2023
Accepted for publication 15.08.2023