

УДК 532.536

ВПЛИВ ТЕПЛОВИДІЛЕННЯ НА ДЕТОНАЦІЮ У РЕАЛЬНОМУ ГАЗІ

Авраменко А.О., член-кореспондент НАН України, Ковецька М.М., канд. техн. наук,
Кондратьєва О.О., канд. техн. наук, Скицько О.І., канд. техн. наук

Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, м. Київ 03680, Україна

<https://doi.org/10.31472/ttpe.1.2024.2>

У роботі представлені результати аналізу динаміки течії реального газу через детонаційну хвилю. Показано вплив тепловиділення та термодинамічних властивостей газу Ван дер Ваальса на параметри процесу детонації.

The paper presents the results of an analysis of the dynamics of real gas flow through a detonation wave. The influence of heat release and thermodynamic properties of van der Waals gas on the parameters of the detonation process is shown.

Бібл. 14, рис. 1.

Ключові слова: Теплообмін, газ Ван дер Ваальса, детонація, ударна хвиля.

a – швидкість звуку;
 c_p – теплоємність при постійному тиску;
 c_v – теплоємність при постійному об'ємі;
 h – ентальпія;
 k – показник ізоентропи;
 p – тиск;
 q – тепловий потік;

$\mathcal{R}$ – універсальна газова постійна;
 T – температура;
 V – швидкість;
 ρ – густина.

Індекси:

1 – параметри до ударної хвилі;
2 – параметри після ударної хвилі.

Вивчення процесів детонації в газових середовищах становить інтерес для авіаційної, аерокосмічної та вугледобувної галузей промисловості, водневої енергетики [1]. В умовах високого тиску при проходженні детонаційної хвилі необхідно враховувати рівняння стану реального газу, ефекти ендотермічності та екзотермічності [2]. У роботі [2] проаналізовано стійкість ударних хвиль у газі Ван дер Ваальса, показано вплив тепловиділення на стійкість ударної хвилі. Вплив параметрів реального газу на критичні умови ініціювання детонації в нестационарному потоці розглянуто у роботі [3]. Даний простий метод оцінки впливу властивостей реального газу на ініціювання детонації в умовах високого тиску. В роботі [4] представлені результати дослідження аномальних хвиль у поступовій динаміці детонації неідеального газу. Показано вплив параметрів рівняння стану Ван-дер-Ваальса на швидкість реакції та на швидкість ударної хвилі.

Результати аналізу поширення сильної ударної хвилі в неідеальному газі, що обертається, з азимутальним магнітним полем представлені в роботах [5-7]. Показано вплив зміни параметра неідеальності

газу, показника адіабати, числа Маха та азимутальної швидкості навколишнього середовища на силу ударної хвилі та параметри потоку. У роботі [8] досліджено вплив реального газу на стійку планарну детонацію у суміші водню з повітрям за підвищеного тиску. Показано, що рівняння стану реального газу та відповідні термодинамічні функції збільшують швидкість Чепмена-Жуге, але знижують температуру після удару порівняно з моделлю ідеального газу. Результати дослідження поширення ударних хвиль у не ідеальному газі представлені у роботах [9,10]. Показано вплив параметрів неідеальності газу Ван дер Ваальса на інтенсивність тепломасообмінних процесів під час проходження фронту ударної хвилі. Дослідження динаміки детонаційних хвиль реальних газів сприяють кращому розумінню фізики процесу детонації та розробці засобів управління процесом детонації.

Метою роботи є теоретичне дослідження процесу детонації в газі Ван-дер-Ваальса, визначення впливу рівняння стану газу на параметри детонації та порівняння результатів для реального та ідеального газу.

Розглянемо проходження потоку реального газу через ударну хвилю. Різка зміна параметрів течії під час проходження через ударну хвилю сприймається як розрив цих параметрів (до і після ударної хвилі). Функціональна залежність параметрів течії перед ударною хвилею або хвилею горіння (детонація) та за ударною хвилею в одновимірному потоці рідини називається умовами Ренкіна-Гюгоніо, або умовами стрибка параметрів потоку при проходженні ударної хвилі [11–13]. Динаміка перебігу реального газу через пряму детонаційну хвилю описується системою рівнянь Ренкіна-Гюгоніо [11–13], що включає закон збереження маси

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2, \quad (1)$$

закон збереження імпульсу

$$p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2, \quad (2)$$

закон збереження повної ентальпії

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} + q = h_2 + \frac{V_2^2}{2}. \quad (3)$$

Тут q визначає енергію, що відводиться ($q < 0$) або що виділяється ($q > 0$) на одиницю маси в результаті відповідного процесу, що відбувається при проходженні ударної хвилі. Система рівнянь (1) – (3) замикається рівнянням стану газу Ван-дер-Ваальса

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - \beta) = \left(p + a\rho^2\right)\left(\frac{1}{\rho} - \beta\right) = \Re T, \quad (4)$$

де a і β – константи Ван-дер-Ваальса, $v = 1/\rho$ – питомий об'єм. Параметр a характеризує додатковий тиск, а параметр β характеризує додатковий об'єм простору, що не заповнений молекулами. Використовуючи рівняння (4), можна отримати співвідношення для ентальпії

$$h = c_v T - a\rho + \frac{p}{\rho} = \frac{c_v}{\Re} \left(p + a\rho^2\right)\left(\frac{1}{\rho} - \beta\right) - a\rho + \frac{p}{\rho}, \quad (5)$$

Тепер закон збереження повної ентальпії (3) з урахуванням рівняння (5) можна подати у вигляді

$$\frac{c_v}{\Re} \left(p_1 + a\rho_1^2\right)\left(\frac{1}{\rho_1} - \beta\right) + \frac{V_1^2}{2} - a\rho_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + q =$$

$$= \frac{c_v}{\Re} \left(p_2 + a\rho_2^2\right)\left(\frac{1}{\rho_2} - \beta\right) + \frac{V_2^2}{2} - a\rho_2 + \frac{p_2}{\rho_2}. \quad (6)$$

Далі перетворимо рівняння (2) з урахуванням рівняння (1), в результаті отримаємо

$$p_1 - p_2 = \rho_1 V_1 (V_2 - V_1). \quad (7)$$

Помножимо це рівняння (7) на співвідношення

$$\frac{V_2 + V_1}{\rho_1 V_1} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (8)$$

В результаті отримаємо

$$(p_1 - p_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) = V_2^2 - V_1^2. \quad (9)$$

Далі з рівняння (6) випливає що

$$V_2^2 - V_1^2 = \frac{2k}{k-1} \left[\left(p_1 + a\rho_1^2\right)\left(\frac{1}{\rho_1} - \beta\right) - \left(p_2 + a\rho_2^2\right)\left(\frac{1}{\rho_2} - \beta\right) \right] + 2q. \quad (10)$$

Порівнюючи рівняння (9) та (10), можна отримати

$$\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \left(1 + \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) = \frac{2k}{k-1} \left[(1+A)(1-B) - \left(\frac{p_2}{p_1} + A \frac{\rho_2^2}{\rho_1^2}\right) \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - B\right) \right] + Q. \quad (11)$$

$$\text{де} \quad A = \frac{a\rho_1^2}{p_1}, \quad B = \rho_1 \beta, \quad (12)$$

$$Q = 2q \frac{\rho_1}{p_1} = 2kq \frac{\rho_1}{kp_1} = 2 \frac{kq}{a_1^2}, \quad (13)$$

$$k = c_p / c_v \quad (14)$$

Тут k – показник ізоентропічного розширення. Рішення рівняння (11) щодо стрибка тиску p_2/p_1 дає

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{((1 + 2A(1 - B) - 2B)k + 1)\frac{\rho_2}{\rho_1} - (k - 1) + 2Ak\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2\left(B\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1\right) + Q\frac{\rho_2}{\rho_1}(k - 1)}{(k + 1) - (k(2B + 1) - 1)\frac{\rho_2}{\rho_1}}. \quad (15)$$

У безрозмірній формі це рівняння запишеться у вигляді

$$P = \frac{\sigma(A(1 - B) - B) + \gamma - R^{-1} + \sigma AR(BR - 1) + Q}{\gamma R^{-1} - 1 - \sigma B}, \quad (16)$$

де

$$P = \frac{p_2}{p_1}, \quad R = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad \gamma = \frac{k + 1}{k - 1}, \quad \sigma = \frac{2k}{k - 1}. \quad (17)$$

Рівняння (15) та (16) описують модифіковане рівняння Гюгоніо для детонації з урахуванням теплофізичних властивостей газу Ван дер Ваальса та тепловиділення. Для ідеального газу ($A=B=0$) та потоку без підведення енергії рівняння (16) зводиться до

$$P = \frac{\gamma - R^{-1}}{\gamma R^{-1} - 1} = \frac{\gamma - S}{\gamma S - 1}, \quad (18)$$

що є добре відомою адіабатою Гюгоніо для звичайних газів [14].

Рівняння (16) має асимптоту для граничного збільшення густини ρ_2/ρ_1 при проходженні ударної хвилі, виражену як

$$R = \frac{\gamma}{1 + \frac{2k}{k-1}B} = \frac{\gamma}{1 + \sigma B}. \quad (19)$$

Для умови, що визначається формулою (19) стрибок тиску (16) стає нескінченним. Для ідеального газу ($A=B=0$) рівняння (19) для стрибка густини зводиться до залежності

$$R = \gamma. \quad (20)$$

Отже повітря в умовах, коли його можна розглядати як ідеальний газ ($k = 1,4$), при проходженні через ударну хвилю не може збільшити свою густину більш ніж у шість разів. Рівняння (19) показує, що асимптота граничного збільшення густини зміщується в область менших значень ρ_2/ρ_1 зі збільшенням значення параметра $\rho_1\beta$. Як відомо, параметр β описує додатковий обсяг простору, що не заповнений молекулами. Отже збільшення цього обсягу призводить до того, що відстань між молекулами збільшується, а концентрація молекул зменшується. Тому зі зростанням тиску зростання густини сповільнюється.

З рівняння (19) видно, що параметр A ніяк не впливає на положення асимптоти граничного збільшення густини. Цей параметр характеризує додатковий тиск, що виникає у пристінному шарі. У розглянутій задачі взаємодія з твердою поверхнею відсутня. Тому очевидно, що цей фактор не впливає на положення асимптоти граничного збільшення густини.

У роботі [9] рівняння для граничного стиснення було отримано у наближенні

$$p \gg \frac{\alpha}{v^2}, \quad v \gg \beta. \quad (21)$$

Це рівняння має вигляд

$$R = \frac{\gamma}{1 + \frac{2}{k-1} B}. \quad (22)$$

Як видно використання наближення (21) дещо послаблює вплив параметра B на межу стиснення. Для одноатомних газів це ослаблення становить $k = 5/3$, а двоатомних газів $k = 7/5$.

Результати розрахунків за рівнянням (16) подано на рис. 1. Також на цьому рисунку нанесено класичну ізоентропу Пуассона $P = R^k = S^{-k}$ (крива 4).

З малюнка випливає, що стрибок тиску при проходженні детонаційної хвилі в газі Ван дер Ваальса більше, ніж в ідеальному газі для великих значень R ($S < 0.5$, криві 1 і 4). Збільшення тепловиділення (Q) призводить до еквідистантного підняття кривої Гюгоніо порівняно з випадком $Q=0$.

Висновки

Розглянуто течію реального газу через плоску детонаційну хвилю. Отримано модифіковане рівняння Ренкіна-Гюгоніо для визначення динаміки

зміни параметрів потоку газу Ван-дер-Ваальса під час проходження ним детонаційної хвилі.

Отримано рівняння граничного збільшення густини газу при проходженні детонаційної хвилі. Показано вплив параметрів A та B у рівнянні стану газу Ван дер Ваальса на асимптоту граничного збільшення густини. З рівняння випливає, що асимптота граничного збільшення густини зміщується в область менших значень ρ_2/ρ_1 зі збільшенням значення параметра B , а параметр A не впливає на положення асимптоти граничного збільшення густини.

Показано вплив тепловиділення та термодинамічних властивостей газу на стрибок тиску в детонаційній хвилі. Стрибок тиску в газі Ван дер Ваальса більше, ніж у випадку ідеального газу. Розрахунки показали, що збільшення параметра A уповільнює зростання тиску в хвилі детонації, а збільшення параметра B його посилює. Збільшення тепловиділення призводить до збільшення стрибка тиску, еквідистантного підняття кривої Гюгоніо в порівнянні з випадком без тепловиділення.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Urzay J.* Supersonic combustion in air-breathing propulsion systems for hypersonic flight. Annual Review of Fluid Mechanics. 2018. Vol. 50:593-627. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122316-045217>

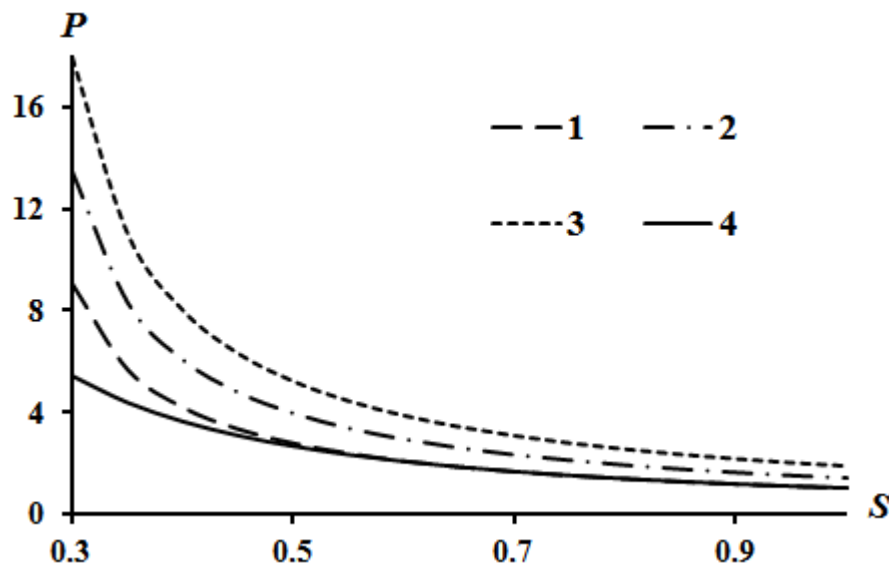


Рис. 1. Вплив тепловиділення Q на криву Гюгоніо при $A=0.1$; $B=0.05$; 1- $Q=0$; 2- $Q=3$; 3- $Q=6$; 4-ізоентропа Пуассона

2. Calvo-Rivera A., Huete C., Velikovich A.L. The stability of expanding reactive shocks in a van der Waals fluid. *Physics of Fluids*. 2022. 34, 046106. doi: 10.1063/5.0087073
3. Weng Z., Mével R., Law C.K. On the critical initiation of planar detonation in Noble-Abel and van der Waals gas Author links open overlay panel. *Combustion and Flame*. 2023. Vol. 255, 112890 <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2023.112890>
4. Pielemeier K.R., Powers J.M. Anomalous Waves in Non-Ideal Detonation Dynamics. American Institute of Aeronautics and Astronautics. AIAA 2022-0396. Session: Ignition, Detonation, and Supersonic Combustion. <https://doi.org/10.2514/6.2022-0396>
5. Chauhan S., Singh D., Arora R. Similarity solution for isothermal flow behind the magnetogasdynamic cylindrical shock wave in a rotating non-ideal gas with the effect of gravitational field. *Physics of Fluids*. 2022. 34(11). DOI: 10.1063/5.0123031
6. Nath G., Devi A.A. self-similar solution for unsteady adiabatic and isothermal flows behind the shock wave in a non-ideal gas using Lie group analysis method with azimuthal or axial magnetic field in rotating medium. *European Physical Journal Plus*. 2021. 136(5):477 DOI:10.1140/epjp/s13360-021-01476-y
7. Yadav S., Singh D., Arora R. Lie group of invariance technique for analyzing propagation of strong shock wave in a rotating non-ideal gas with azimuthal magnetic field. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 2022. 45(1) DOI:10.1002/mma.8486
8. Weng Z., Méve R. Real gas effect on steady planar detonation and uncertainty quantification. *Combustion and Flame*. 2022. Vol. 245, 112318 <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2022.112318>
9. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. Shock Wave in van der Waals Gas. *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics*. 2022. 47(3). P. 255 – 267. doi: <https://doi.org/10.1515/jnet-2021-0099>
10. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.M., Kovetska Y. Y. Self-similar analysis of gas dynamics for van der Waals gas in slipping flow after normal shock wave. *Physics of Fluids*. 2023. 35, 026110 <https://doi.org/10.1063/5.0138331>
11. Rankine W.J.M.. On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1870. 160. 277–288.
12. Hugoniot H. Mémoire sur la propagation des mouvement dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)], J. l'École Polytechnique (in French) 1887. 57. 3–97. See also:
13. Hugoniot H. Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], J. l'École Polytechnique, 1889. 58. 1–125.
14. Loitsyanskii L.G. *Mechanics of Liquids and Gases* (International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics), 2nd ed., Elsevier Ltd, 1966.

INFLUENCE OF HEAT GENERATION ON
DETONATION IN REAL GAS

Avramenko A.A.¹, Kovetskaya M.M.²,
Kondratieva E.A.³, Skitsko O.I.⁴

¹Corresponding Member of the NAS of Ukraine, ID
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2416-3512>

²Dr Sci, (Engin.) <https://orcid.org/0000-0003-2454-9113>

³PhD (Engin.)

⁴PhD (Engin.)

<https://doi.org/10.31472/tpe.1.2024.2>

The study of detonation processes in gaseous media is of interest for the coal mining, aviation, aerospace industries, and hydrogen energy. Under high pressure conditions during the passage of a detonation wave, it is necessary to take into account the equation of state of a real gas, the effects of endothermicity and exothermicity.

The paper considers the flow of real gas through a plane detonation wave. A modified Rankine-Hugoniot equation has been obtained to describe the dynamics of changes in the parameters of a van der Waals gas flow when it passes through a detonation wave.

An equation for the maximum increase in gas density during the passage of a detonation wave is obtained. The influence of parameters A and B in the van der Waals gas equation of state on the asymptote of the maximum increase in density is shown. It follows from the equation that the asymptote of the maximum increase in density shifts to the region of lower values of ρ_2/ρ_1 with an increase in the value of parameter B, and parameter A does not affect the position of the asymptote of the maximum increase in density.

The influence of heat release and thermodynamic properties of gas on the pressure jump in the detonation wave is shown. Pressure jumps in a van der Waals gas are greater than in the case of an ideal gas. Calculations have shown that an increase in parameter A slows down the increase in pressure in the detonation wave, and an increase in parameter B enhances it. An increase in heat release leads to an increase in the pressure jump, to an equidistant increase in the Hugoniot curve compared to the case without heat release.

References 14, figures 1.

Key words: Heat transfer, van der Waals gas, detonation, shock wave.

1. *Urzay J.* Supersonic combustion in air-breathing propulsion systems for hypersonic flight. Annual Review of Fluid Mechanics. 2018. Vol. 50:593-627. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-122316-045217>

2. *Calvo-Rivera A., Huete C., Velikovich A.L.* The stability of expanding reactive shocks in a van der Waals fluid. Physics of Fluids. 2022. 34, 046106. doi: 10.1063/5.0087073

3. *Weng Z., Mével R., Law C.K.* On the critical initiation of planar detonation in Noble-Abel and van der Waals gas Author links open overlay panel. Combustion and Flame. 2023. Vol. 255, 112890 <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2023.112890>

4. *Pielemeier K.R., Powers J.M.* Anomalous Waves in Non-Ideal Detonation Dynamics. American Institute of Aeronautics and Astronautics. AIAA 2022-0396. Session: Ignition, Detonation, and Supersonic Combustion. <https://doi.org/10.2514/6.2022-0396>

5. *Chauhan S., Singh D., Arora R.* Similarity solution for isothermal flow behind the magnetogasdynamic cylindrical shock wave in a rotating non-ideal gas with the effect of gravitational field. Physics of Fluids. 2022. 34(11). DOI: 10.1063/5.0123031

6. *Nath G., Devi A.* A self-similar solution for unsteady adiabatic and isothermal flows behind the shock wave in a non-ideal gas using Lie group analysis method with azimuthal or axial magnetic field in rotating medium. European Physical Journal Plus. 2021. 136(5):477 DOI:10.1140/epjp/s13360-021-01476-y

7. *Yadav S., Singh D., Arora R.* Lie group of invariance technique for analyzing propagation of strong shock wave in a rotating non-ideal gas with azimuthal magnetic field. Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2022. 45(1) DOI:10.1002/mma.8486

8. *Weng Z., Méve R.* Real gas effect on steady planar detonation and uncertainty quantification. Combustion and Flame. 2022. Vol. 245, 112318 <https://doi.org/10.1016/j.combustflame.2022.112318>

9. *Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P.* Shock Wave in van der Waals Gas. Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics. 2022. 47(3). P. 255 – 267. doi: <https://doi.org/10.1515/jnet-2021-0099>

10. *Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Kovetskaya M.M., Kovetska Y.Y.* Self-similar analysis of gas dynamics for van der Waals gas in slipping flow after normal shock wave. Physics of Fluids. 2023. 35, 026110 <https://doi.org/10.1063/5.0138331>

11. *Rankine W.J.M.* On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1870. 160. 277–288.

12. *Hugoniot H.* Mémoire sur la propagation des mouvement dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)], J. l'École Polytechnique (in French) 1887. 57. 3–97. See also:

13. *Hugoniot H.* Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], J. l'École Polytechnique, 1889. 58. 1–125.

14. *Loitsyanskii L.G.* Mechanics of Liquids and Gases (International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics), 2nd ed., Elsevier Ltd, 1966.

Отримано 18.01.2024

Received 18.01.2024

Прийнято до друку 15.02.2024

Accepted for publication 15.02.2024