

УДК 532.536

ВПЛИВ СТУПЕНЮ ТУРБУЛЕНТНОСТІ ТЕЧІЇ НА ПАРАМЕТРИ КОСОЇ УДАРНОЇ ХВИЛІ

Авраменко А.О.¹, член-кореспондент НАН України, Дмитренко Н.П.², докт. техн. наук,
Проценко Л.М.³, Анастасьєв Д.В.⁴, аспірант

¹Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. М. Капніст 2а, м. Київ 03057, Україна.
tgetu.itf@gmail.com . ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2416-3512>

²Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. Марії Капніст, 2а, Київ, 03057, Україна
Dmytrenkonata1@meta.ua. ID ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-2643-3010>

³Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. Марії Капніст, 2а, Київ, 03057, Україна
L.n.protsenko@gmail.com

⁴Інститут технічної теплофізики НАН України, вул. Марії Капніст, 2а, Київ, 03057, Україна
dmytro.anastasiev@gmail.com

<https://doi.org/10.31472/ttpe.2.2025.2>

Виконане аналітичне моделювання параметрів косої ударної хвилі в турбулентній адіабатичній течії газу. Для моделювання використана модель Ренкіна-Гюгоніо, яка дала змогу отримати вираз модифікованої адіабати Гюгоніо для течії газу з різним ступенем турбулентності. Виконаний оціночний аналіз швидкості адіабатичного турбулентного потоку газу з різним ступенем турбулентності під час його проходження через косу ударну хвилю. Отримана умова для виникнення вихідної головної косої ударної хвилі.

Analytical modeling of the parameters of an oblique shock wave in a turbulent adiabatic gas flow is completed. The Rankine-Hugoniot model was used for modeling. This model allowed us to obtain the expression of the modified Hugoniot adiabat for a gas flow with different degrees of turbulence. An analysis of the velocity of an adiabatic turbulent gas flow with different degrees of turbulence during its passage through an oblique shock wave is performed. The condition for the production of the initial main oblique shock wave was obtained.

Бібл. 15, рис. 2, табл. 1.

Ключові слова: коса ударна хвиля, число Маха, турбулентність, адіабата Гюгоніо, скачок тиску.

a – швидкість звуку;

c_p – теплоємність при постійному тиску;

c_v – теплоємність при постійному об'ємі;

h – ентальпія;

K – кінетична енергія турбулентності;

p – тиск;

T – температура;

u, v – проекції швидкості на осі координат;

V – швидкість;

α – половина кута нахилу поверхні клина;

β – кут нахилу ударної хвилі;

ρ – густина рідини;

λ – швидкісний коефіцієнт.

Комплекси:

Eu – число Ейлера;

Ma – число Маха;

Tu – рівень турбулентності.

Індекси:

n – нормальна складова;

t – тангенціальна складова;

1 – умова перед ударною хвилею;

2 – умова за ударною хвилею.

Вступ

Подальший розвиток таких галузей, як турбомашинобудування, аерокосмічна, атомна енергетика та багатьох інших, вимагає розробки нових наукових, інженерних і конструкторських рішень.

Ряд сучасних інженерних застосувань вимагають вирішення проблем, що пов'язані з виникненням, розвитком і затуханням ударних хвиль, їх розташуванням, силою впливу елементи обладнання, а також інші технічні

аспекти, оскільки ударні хвилі можуть змінювати електричні, механічні та теплові характеристики обладнання.

Ударні хвилі, які є значними нелінійними збуреннями і мають швидкості, що перевищують швидкість звуку, виникають внаслідок розриву фізичних параметрів течії внаслідок досягнення межі переходу в надзвукову течію і навпаки. Зазначені параметри включають температуру, швидкість і тиск. Перехід супроводжується ут-

воренням значних вихрових структур, інтенсифікацією процесів теплообміну та іншими ефектами, пов'язаними зі складною фізикою процесу переходу [1]. Утворення вихрових структур та термічні ефекти як чинники виникнення турбулентного типу течій математично розглянено в [2, 3].

Процес проходження потоку реального газу через пряму ударну хвилю з використанням умови Ренкіна-Гюгоніо аналітично змодельовано в [4, 5], а турбулентну течію — у [6]. Авторами [4] виявлено вплив коефіцієнтів Ван-дер-Ваальса та ступеня стиснення на характеристики ударної адіабати. В роботі [5] отримано розв'язок умов Ренкіна – Гюгоніо в потоці газу з різною концентрацією наночастинок, що дає змогу проаналізувати динаміку зміни газодинамічних параметрів цього типу течії під дією ударна хвиля. У [6] було виведено рівняння для адіабати Гюгоніо в турбулентному потоці газу.

У роботі [7] проведено аналітичний аналіз взаємодії ударної хвилі з надзвуковими параметрами та слаботурбулентної течії. При моделюванні використовувалися класичні умови стрибка тиску Ренкіна-Гюгоніо. Результати показали, що турбулентність потоку посилює взаємодію ударних хвиль, тоді як температура потоку після удару значно зростає.

Автори [8] розглянули вплив різних чисел Маха (Ma) і термодинамічного стану системи на формування косих сачків ущільнення. Встановлено, що якщо термодинамічна система перебуває в стані, коли виконується умова $\Gamma < 1$ (де Γ – фундаментальна похідна газової динаміки [9]), то це є умовою для виникнення неідеальних косих ударних хвиль. Таке явище характерне для робочих тіл, що піддаються високоентальпійному стисненню, а також робочих тіл, що використовуються в системах відновлюваної енергетики.

В [10] досліджували вплив косих ударних хвиль у неідеальному газі зі значенням основної похідної газодинаміки менше одиниці. Встановлено, що косі

ударні хвилі збільшують число Маха в 1,5 рази порівняно з до ударним значенням цього параметра. Модель Ван-дер-Ваальса підтверджує, що неідеальні ударні хвилі можуть спостерігатися в речовинах з простою молекулярною структурою.

Метою даної статті є аналітичне моделювання розвитку косої ударної хвилі в турбулентному потоці газу з урахуванням адіабатичних умов. Наскільки відомо авторам цього дослідження, така постановка математичної задачі, що сформульована в даній публікації практично не досліджувалася раніше. Що складає певну наукову новизну отриманих нижче результатів аналітичного моделювання.

Математична модель

Розглянемо надзвукову течію, яка знаходить на клин із пів кутом β (рис.1). На куті рампи під кутом β утворюється ударна хвиля. Для математичного опису задачі використовуємо систему координат x' - o' - y' .

Процес проходження газу через нормальну ударну хвилю можна описати наступною системою, яка є одновимірною за координатами та 2-вимірною за компонентами швидкості

$$\frac{d(\rho V_n)}{dx'} = 0, \quad (1)$$

$$\rho V_n \frac{dV_n}{dx'} = -\frac{dp}{dx'}, \quad (2)$$

$$\rho V_n \frac{dV_t}{dx'} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dx'} \left(h + \frac{V^2}{2} \right) = 0, \quad (4)$$

$$V_n \frac{dK}{dx'} = 0, \quad (5)$$

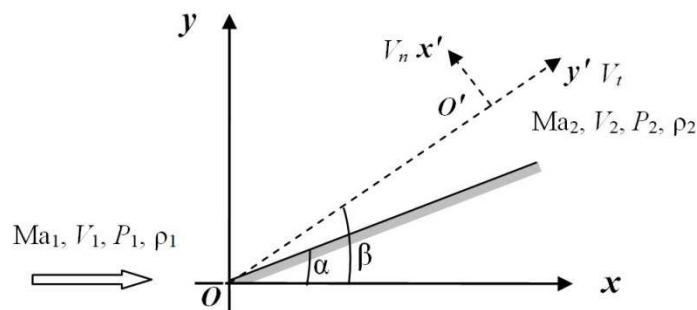


Рис.1. Схематичне зображення постановки задачі
Fig. 1. Schematic representation of the problem statement

У рівняннях (1) – (5) V , визначена як

$$V = \sqrt{V_n^2 + V_t^2}, \quad (6)$$

Поєднання рівнянь (1) і (2), (1) і (3), а також (1) і (5), а потім інтегруючи, отримуємо

$$\rho_1 V_{1n} = \rho_2 V_{2n}, \quad (7)$$

$$p_1 + \rho_1 V_{1n}^2 = p_2 + \rho_2 V_{2n}^2, \quad (8)$$

$$\rho_1 V_{1n} V_{1t} = \rho_2 V_{2n} V_{2t}, \quad (9)$$

$$h_1 + \frac{V_{1n}^2 + V_{1t}^2}{2} = h_2 + \frac{V_{2n}^2 + V_{2t}^2}{2}. \quad (10)$$

$$\rho_1 V_{1n} K_1 = \rho_2 V_{2n} K_2. \quad (11)$$

З (7) і (9) зрозуміло, що при проходженні потоку через косу ударну хвилю тангенціальна складова швидкості зберігається. Різко змінюється лише нормальна складова. З (7) і (11) очевидно, що кінетична енергія турбулентності зберігається при проходженні через ударну хвилю.

$$V = \bar{V} + V', \quad (12)$$

$$p = \bar{p} + p', \quad (13)$$

$$h = \bar{h} + h' = c_p (T + T'), \quad (14)$$

У цьому наближенні, заснованому на гіпотезі Марковіна [11], ми нехтуємо флуктуаціями густини.

Після врахування рівнянь (12) – (14) у вирази (7), (8) і (10) набувають наступного вигляду

$$\rho_1 \bar{V}_{1n} = \rho_2 \bar{V}_{2n}, \quad (15)$$

$$\bar{p}_1 + \rho_1 (\bar{V}_{1n}^2 + \overline{V_{1n}'^2}) = \bar{p}_2 + \rho_2 (\bar{V}_{2n}^2 + \overline{V_{2n}'^2}), \quad (16)$$

$$\bar{h}_1 + \frac{1}{2} (\bar{V}_{1n}^2 + \overline{V_{1n}'^2}) = \bar{h}_2 + \frac{1}{2} (\bar{V}_{2n}^2 + \overline{V_{2n}'^2}). \quad (17)$$

Тут ми використали правила усереднення Рейнольдса [12] для фізичної величини

$$\overline{\bar{\varphi}} = \bar{\varphi}, \quad \overline{\bar{\varphi}'} = 0. \quad (18)$$

Система (15) – (17) замикається за допомогою рівняння стану ідеального газу

$$\bar{p} = \rho R T, \quad (19)$$

де R індивідуальна (питома) газова стала разом із співвідношенням Майєра

$$R = \frac{k-1}{k}, \quad (20)$$

$k = c_p/c_v$ – питома теплоємність (де c_v – ізохорна теплоємність).

Тепер рівняння (17) трансформується в

$$\frac{k}{k-1} \frac{\bar{p}_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} (\bar{V}_{1n}^2 + \overline{V_{1n}'^2}) = \frac{k}{k-1} \frac{\bar{p}_2}{\rho_2} + \frac{1}{2} (\bar{V}_{2n}^2 + \overline{V_{2n}'^2}), \quad (21)$$

Далі розглянемо адиабату Гюгонію. Враховуючи рівняння (15), ми можемо переписати рівняння (16) як

$$\bar{p}_1 - \bar{p}_2 = \rho_1 \bar{V}_{1n} (\bar{V}_{2n} - \bar{V}_{1n}) + \rho_2 \overline{V_{2n}'^2} - \rho_1 \overline{V_{1n}'^2} \quad (22)$$

і використовуючи коефіцієнт множення для цього рівняння

$$\frac{\bar{V}_{2n} + \bar{V}_{1n}}{\rho_1 \bar{V}_{1n}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}. \quad (23)$$

можна прийти до відношення

$$(\bar{p}_1 - \bar{p}_2) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) = \bar{V}_{2n}^2 - \bar{V}_{1n}^2 + (\rho_2 \overline{V_{2n}'^2} - \rho_1 \overline{V_{1n}'^2}) \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right). \quad (24)$$

Поєднуючи рівняння (21), (22) і (24), отримуємо

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} = \frac{(k+1) \frac{\rho_2}{\rho_1} - (k-1) + \text{Eu}(k-1) \left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \frac{\overline{V_{2n}'^2}}{\overline{V_{1n}'^2}} - 1 \right)}{(k+1) - (k-1) \frac{\rho_2}{\rho_1}}, \quad (25)$$

де

$$\text{Eu} = \frac{\rho_1 \overline{V_{1n}'^2}}{\bar{p}_1}. \quad (26)$$

Рівняння (25) спрощується до вигляду

$$\frac{\bar{p}_2}{\bar{p}_1} = \frac{(k+1)\frac{\rho_2}{\rho_1} - (k-1) + Eu(k-1)\left(\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2 - 1\right)}{(k+1) - (k-1)\frac{\rho_2}{\rho_1}}. \quad (27)$$

Рівняння (25) описує модифіковану адиабату Гюгоніо. Для ламінарного потоку з $Eu = 0$ рівняння (25) зводиться до відомого виразу адиабати Гюгоніо в ламінарному потоці [11-15]. Далі представляємо число Ейлера в наступному вигляді

$$Eu = \frac{\overline{V_{1n}^{\prime 2}}}{V_1^2} \frac{\rho_1 a_1^2}{\bar{p}_1} \frac{V_1^2}{a_1^2} = Tu_1^2 Ma_1^2 \frac{\rho_1 a_1^2}{\bar{p}_1}, \quad (28)$$

$$\text{де } Tu_1 = \sqrt{\frac{\overline{V_{1n}^{\prime 2}}}{V_1^2}}, \quad Ma_1 = \frac{\bar{V}_1}{a_1}.$$

Далі визначимо співвідношення між швидкостями течії до і після ударної хвилі. Рівняння (16) необхідно переформатувати

$$\bar{V}_{1n} - \bar{V}_{2n} = \frac{\bar{p}_2}{\rho_2 \bar{V}_{2n}} - \frac{\bar{p}_1}{\rho_1 \bar{V}_{1n}} + \frac{\overline{V_{2n}^{\prime 2}}}{\bar{V}_{2n}} - \frac{\overline{V_{1n}^{\prime 2}}}{\bar{V}_{1n}}. \quad (29)$$

Також рівняння (21) переформулюємо наступним чином

$$\frac{a_1^2}{k-1} + \frac{1}{2} V_1^2 + K = const, \quad (30)$$

де

$$K = \frac{\overline{V_{1n}^{\prime 2}} + \overline{V_{1t}^{\prime 2}}}{2} = \frac{\overline{V_{2n}^{\prime 2}} + \overline{V_{2t}^{\prime 2}}}{2}. \quad (31)$$

Константу в рівнянні (30) можна знайти, записавши це рівняння для критичних умов, у яких швидкість потоку дорівнює швидкості звуку a^* . Тоді можна отримати з рівняння (30)

$$\frac{k}{k-1} \frac{\bar{p}_1}{\rho_1} + \frac{1}{2} \bar{V}_{1n}^2 = \frac{a_1^2}{k-1} + \frac{1}{2} \bar{V}_{1n}^2 = a^{*2} \frac{k+1}{2(k-1)} - \frac{1}{2} \bar{V}_t^2 = \overline{a^{*2}} \frac{k+1}{2(k-1)}, \quad (32)$$

$$\text{де } \overline{a^{*2}} = a^{*2} - \frac{k+1}{k-1} \bar{V}_t^2.$$

Тому маємо

$$\frac{\bar{p}_1}{\rho_1} = \frac{k-1}{k} \left[\overline{a^{*2}} \frac{k+1}{2(k-1)} - \frac{\bar{V}_{1n}^2}{2} \right]. \quad (33)$$

Аналогічно для умов після ударної хвилі можна отримати

$$\frac{\bar{p}_2}{\rho_2} = \frac{k-1}{k} \left[\frac{a_*^2}{2(k-1)} \frac{k+1}{2} - \frac{V_{2n}^2}{2} \right]. \quad (34)$$

Після цього перепишемо рівняння (29) з огляду на рівняння (33) і (34), в результаті чого маємо швидкісні коефіцієнти для ізотропної турбулентності

$$\lambda_{1n} \lambda_{2n} = 1 + \frac{2k}{k+1} \text{Tu}_*^2, \quad (35)$$

$$\text{де } \lambda_{1n} = \frac{V_{1n}}{a_*}, \quad \lambda_{2n} = \frac{V_{2n}}{a_*}, \quad \text{Tu}_* = \sqrt{\frac{V_{1n}^2}{a_*^2}}.$$

Рівняння (35) є модифікованим законом Прандтля для ударної хвилі. За умови $\text{Tu}_* = 0$ з (32) видно, що перед ударною хвилею швидкість потоку надзвукова, а після неї нормальна складова швидкості дозвукова. Якщо течія турбулентна, то за умови

$$\text{Tu}_* > \sqrt{\frac{k+1}{2k} (\lambda_{1n} - 1)} \quad (36)$$

потік після ударної хвилі надзвуковий.

Знайдемо вираз для ударного поляру. Для цього використаємо проекції швидкостей у системі координат x - o - y

$$u_1 = V_1, \quad (37)$$

$$v_1 = 0, \quad (38)$$

$$u_2 = V_2 \cos(\alpha), \quad (39)$$

$$v_2 = V_2 \sin(\alpha) \quad (40)$$

Враховуючи вирази (37) – (40) ми знайдемо

$$V_t = \frac{V_1 v_2}{S}, \quad (41)$$

$$V_{1n} = \frac{V_1(V_1 - u_2)}{S}, \quad (42)$$

$$V_{2n} = \frac{u_2(V_1 - u_2)^2 + v_2^2}{S}, \quad (43)$$

$$\text{де } S = \sqrt{(V_1 - u_2)^2 + v_2^2}.$$

Якщо використати як масштаб швидкість звуку перед ударною хвилею a_1 , то підстановка. (41) - (43) в (35) дає

$$\left(\frac{v_2}{a_1} \right)^2 = \frac{\left(\text{Ma}_1 - \frac{u_2}{a_1} \right)^2 \left(\left(\text{Ma}_1 \frac{u_2}{a_1} - \left(\frac{k-1}{k+1} \text{Ma}_1^2 + \frac{2}{k+1} \right) \right) - \frac{2k}{k+1} \text{Tu}_*^2 \right)}{\left(\frac{k-1}{k+1} \text{Ma}_1^2 + \frac{2}{k+1} \right) + \frac{2}{k+1} \text{Ma}_1^2 - \text{Ma}_1 \frac{u_2}{a_1} + \frac{2k}{k+1} \text{Tu}_*^2}. \quad (44)$$

$$B(44) Tu_* = \sqrt{\frac{V_{1n}^2}{a_*^2}}.$$

$$\tan(\alpha) = \frac{(1 - 2kTu_*^2 - \cos(2\beta))Ma_1^2 - 2}{2 + Ma_1^2(k(1 + Tu_*^2) + \cos(2\beta))} \cot(\beta). \quad (45)$$

Результати

Розрахунки за формулою (27) показують, що зі збільшенням ступеня турбулентності потоку величина стрибка тиску за умови $\rho_2/\rho_1 = \text{const}$ та для $k = 1,4$ зростає (Табл. 1.). Чим вище значення ступеня турбулентності, тим вища точка виходу ударної адиабати на асимптоту тиску. Таке збільшення стрибка тиску, очевидно, пояснюється тим, що потік з високим ступенем турбулентності має великий запас кінетичної енергії, яка при проходженні через ударну хвилю перетворюється на стрибок тиску. Також зі збільшенням числа Ейлера (числа Маха) величина стрибка тиску зростає лінійно.

Залежність (44), називається ударною полярною. Проведений математичний аналіз (44) для течії без турбулентності та з турбулентністю показав, що наявність турбулентності збільшує швидкість потоку за ударною хвилею навіть для прямої ударної хвилі ($\beta=0$). Таку ж тенденцію мають ударні полярні криві за умови $Ma_1 = \text{const}$. Результати аналізу також вказують на те, що при фіксованих значеннях параметрів λ_1 чи Ma_1 існує таке значення $\alpha = \alpha_{\max}$, при якому може існувати тільки один тип ударної хвилі. Якщо при фіксованих значеннях параметрів λ_1 чи Ma_1 виконується умова $\alpha = \alpha_{\max}$, то це означає, що коса ударна хвиля більше не може існувати. У цьому випадку виникає носова ударна хвиля. Зі збільшенням рівня турбулентності величина α_{\max} зменшується. Іншими словами, в цьому випадку головна ударна хвиля виникає при менших значеннях кута α . Отже, це збільшує аеродинамічні втрати.

Співвідношення між кутами α і β при фіксованому значенні числа Маха отримаємо з рівняння (35). В ході математичних перетворень маємо:

Залежність кута α від кута β наведена на рис. 2 для потоку з розвиненою турбулентністю. Аналіз залежності кута β від кута α для потоку з турбулентністю показав, що кожному значенню кута $\alpha < \alpha_{\max}$ відповідають два значення кута β . Ліворуч від максимуму $\alpha = \alpha_{\max}$ лежать значення кута β , які відповідають слабким ударним хвилям, а праворуч від максимуму $\alpha = \alpha_{\max}$ – сильним ударним хвилям. При збільшенні турбулентності діапазон значень кута β звужується, а значення $\alpha = \alpha_{\max}$ зменшується, як зазначено вище. Така ж тенденція спостерігається і для ударної поляри при різних рівнях турбулентності.

Підвищення рівня турбулентності призводить до зменшення α_{\max} , що викликано зменшенням кутів ударної хвилі. Зі збільшенням рівня турбулентності збільшується швидкість за ударною хвилею. Це призводить до зменшення кутів Маха, а це, в свою чергу, зумовлює зниження α_{\max} .

Положення точки $\alpha = \alpha_{\max}$ знаходиться як точка екстремум оберненої функції (45). Зазначена точка може бути отримана як розв'язок трансцендентного рівняння для кута $\beta = \beta_{\max}$.

Висновки

Модифікована модель косої ударної хвилі в турбулентному потоці була використана для виведення адиабатичного рівняння Гюгоніо для стисливого турбулентного потоку. Виявлено, що зі збільшенням ступеня турбулентності потоку величина стрибка тиску для одних і тих же значень співвідношення ρ_2/ρ_1 зростає. При цьому асимптота стрибка тиску досягається тим пізніше, чим вище ступінь турбулентності. При цьому максимальний ступінь стиснення газу не залежить від рівня турбулентності і дорівнює шести. Збільшення

Табл. 1. Залежність ступеня стиснення газу в ударній хвилі при різних турбулентності потоку

Table 1. Dependence of the degree of gas compression in a shock wave at different flow turbulence

\bar{p}_2 / \bar{p}_1	$Tu_* = 0$	$Tu_* = 0,1$	$Tu_* = 0,3$
1	1	1	1
2	2,75	3,5	5
3	6,66	8,33	13,66
4	11,5	19	34
5	29	53	101
6	1000	1000	1000

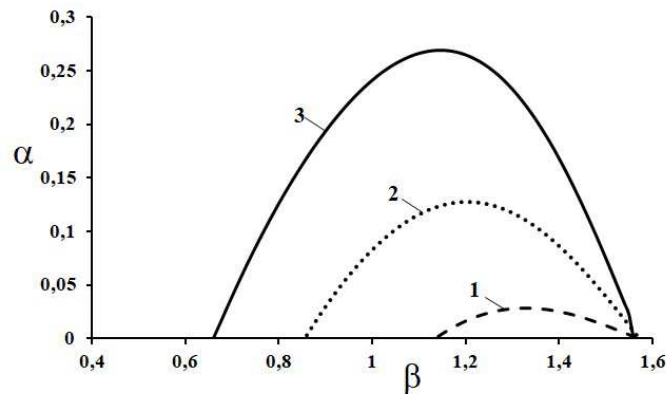


Рис. 2. Залежність кута α від β при наявності турбулентності та при $Ma = 2$: 1 – $Tu_* = 0,1$, 2 – $Tu_* = 0,15$, 3 – $Tu_* = 0,2$

Fig. 2. Dependence of the angle α from β in the presence of turbulence and at $Ma = 2$: 1 – $Tu_* = 0,1$, 2 – $Tu_* = 0,15$, 3 – $Tu_* = 0,2$

стрибка тиску, очевидно, пояснюється тим, що потік з більшим ступенем турбулентності має великий запас кінетичної енергії, яка при проходженні ударної хвилі перетворюється на стрибок тиску.

Отримано модифіковане рівняння Прандтля (35) для косої ударної хвилі, яке враховує коефіцієнти швидкості перед ударною хвилею та за нею. Виявлено, що нормальна складова швидкості за ударною хвилею зростає зі збільшенням рівня турбулентності, а тангенціальна складова, не змінюється при проходженні потоку через ударну хвилю. Зрозумілим стає те, що загальна швидкість за ударною хвилею зростає зі збільшенням рівня турбулентності. Дане явище можна пояснити тим, що енергія турбулентності підтримує високошвидкісний режим течії навіть після ударної хвилі.

Отримано рівняння для ударної поляри (44), яке показує зв'язок між компонентами швидкості до та після ударної хвилі, а також виявляє зв'язок між кутом відхилення потоку та кутом ударної хвилі.

Виявлено вплив турбулентності на форму ударної поляри. А саме, турбулентність зменшує діапазон можливих кутів ударної хвилі та збільшує ймовірність вихідної головної ударної хвилі. Крім того, отримано аналітичну залежність між кутом відхилення потоку та кутом ударної хвилі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Ben-Dor C., Igra O., Elperin T. Handbook of Shock Waves. Academic Press, San Diego, CA, USA Vols. 1, 2, 3. 2001. 889, 792, 421 p. ISBN 012 086430.

2. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium. Journal of Porous Media. 2007. Vol. 10, №1 5. P.435-442. DOI: 10.1615/JPorMedia.v10.i5.20

3. Ramos E., Storey B.D., Sierra F., Zúñiga R.A., Avramenko A.A. Temperature distribution in an oscillatory flow with a sinusoidal wall temperature. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. Vol. 47, № 22. P. 4929-4938. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.04.033>

4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate. Fluids. 2021. Vol.6 3, № 121. <https://doi.org/10.3390/fluids6030121>

5. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P., Skitsko I.F. Shock waves in gas flows with nanoparticles. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. 2022. №147. P. 12709–12719 <https://doi.org/10.1007/s10973-022-11483-5>

6. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I. Analytical simulation of normal shock waves in turbulent flow. Physics of Fluids. 2022. №34. P. 056101. <https://doi.org/10.1063/5.0093205>

7. Huete C., Cuadra A., Vera M., Urzay J. Thermochemical effects on hypersonic shock waves interacting with weak turbulence. Physics of Fluids. 2021. Vol. 33 № 8. P. 086111. <https://doi.org/10.1063/5.0059948>

8. Vimercati D., Gori G., Guardone A. Non-ideal oblique shock waves. J. Fluid Mech. 2018. № 847. P. 266–285 <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.328>

9. Thompson P.A. A fundamental derivative in gasdynamics. Phys. Fluids. 1971 Vol.14, № 9. P.1843–1849. <https://doi.org/10.1063/1.1693693>

10. *Gori G., Vimercati D., Guardone A.* Non-ideal compressible-fluid effects in oblique shock waves *Journal of Physics: Conf. Series.* 2017. №281. P. 012003. DOI:<https://doi.org/10.1017/jfm.2018.328>

11. *Smits A.J., Dussauge J.P.* Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow. Second Edition. Springer Science+Business Media, Inc. 2006. 410 p. ISBN 0387261400.

12. *Reynolds O.* On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proceedings of the Royal Society of London.* 1895. Vol. 56 P. 40-45. <https://doi.org/10.1098/rsta.1895.0004>

13. *Rankine W.J.M.* On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London.* 1870. №160. P. 277–288. <https://doi.org/10.1098/rstl.1870.0015>

14. *Hugoniot H.* Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)], *J. l'École Polytechnique* (in French). 1887. № 57. P. 3–97.

15. *Hugoniot H.* Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], *J. l'École Polytechnique.* 1889. № 58. P. 1–125.

INFLUENCE OF THE DEGREE OF FLOW TURBULENCE ON THE PARAMETERS OF THE OBLIQUE SHOCK WAVE

**A.A. Avramenko¹, N.P. Dmitrenko², Protsenko L.M.³,
Anastasiev D.V.⁴**

*Institute of Engineering Thermophysics, National Academy
of Sciences, Kyiv 03680, Kapnist str., 2a*

¹*Corresponding Member of NAS of Ukraine, Doc. Tech.
Sci., Institute of Engineering Thermophysics of the
National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Marii
Kapnist Str., Kyiv, 03057, Ukraine*

ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2416-3512>

²*Dr. Sci. (Engin.), Senior Researcher, Institute of
Engineering Thermophysics of the National Academy of
Sciences of Ukraine, 2a, Marii Kapnist Str., Kyiv, 03057,
Ukraine. ID ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-2643-3010>*

³*Junior scientific researcher, Institute of Engineering
Thermophysics of the National Academy of Sciences of
Ukraine, 2a, Marii Kapnist Str., Kyiv, 03057, Ukraine.*

L.n.protsenko@gmail.com

⁴*graduate student, Institute of Engineering Thermophysics
of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2a, Marii
Kapnist Str., Kyiv, 03057, Ukraine.*

dmytro.anastasiev@gmail.com

<https://doi.org/10.31472/tpe.2.2025.2>

The study of shock wave processes is relevant for obtaining information about the strength properties of various equipment, materials, elements of building structures, polymer crystals.

In this study, analytical modeling of the dynamics of changes in the parameters of a turbulent gas adiabatic flow that runs into a wedge is performed. As a result of the interactions of the flow and the wedge-shaped surface, a break in the flow parameters occurs, the so-called oblique shock wave. The study was performed using the Rankine-Hugoniot model, which describes the relationship between the flow states on both sides of the oblique shock wave.

As a result of mathematical transformations, the Rankine-Hugoniot jump condition for a turbulent adiabatic gas flow was obtained, which is also the equation of the

shock adiabat. The relationship between the flow velocities before and after the shock wave was determined, which made it possible to obtain a modified Prandtl law for the shock wave at different values of flow turbulence. The influence of turbulence on the shock polar was revealed. Namely, turbulence reduces the range of possible shock wave angles and increases the probability of the main shock wave emerging. In addition, an analytical relationship between the angle of inclination of the wedge surface and the angle of the shock wave is obtained.

References 15, figures 2, table 1.

Key words: oblique shock wave, Mach number, turbulence, Hugoniot adiabat, pressure jump.

1. Ben-Dor C., Igra O., Elperin T. Handbook of Shock Waves. Academic Press, San Diego, CA, USA Vols. 1, 2, 3. 2001. 889, 792, 421 p. ISBN 012 086430.

2. Avramenko A.A., Kuznetsov A.V., Nield D.A. Instability of slip flow in a channel occupied by a hyperporous medium. Journal of Porous Media. 2007. Vol. 10, №1 5. P.435-442. DOI: 10.1615/JPorMedia.v10.i5.20

3. Ramos E., Storey B.D., Sierra F., Zúniga R.A., Avramenko A.A. Temperature distribution in an oscillatory flow with a sinusoidal wall temperature. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2004. Vol. 47, № 22. P. 4929-4938.

<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.04.033>

4. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P. An Analytical Investigation of Natural Convection of a Van Der Waals Gas over a Vertical Plate. Fluids. 2021. Vol.6 3, № 121. <https://doi.org/10.3390/fluids6030121>

5. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Dmitrenko N.P., Skitsko I.F. Shock waves in gas flows with nanoparticles. Journal of Thermal Analysis and Calorimetry. 2022. №147. P. 12709–12719 <https://doi.org/10.1007/s10973-022-11483-5>

6. Avramenko A.A., Shevchuk I.V., Tyrinov A.I. Analytical simulation of normal shock waves in turbulent flow. Physics of Fluids. 2022. №34. P. 056101. <https://doi.org/10.1063/5.0093205>

7. Huete C., Cuadra A., Vera M., Urzay J. Thermochemical effects on hypersonic shock waves interacting with weak turbulence. Physics of Fluids. 2021. Vol. 33 № 8. P. 086111. <https://doi.org/10.1063/5.0059948>

8. Vimercati D., Gori G., Guardone A. Non-ideal oblique shock waves. J. Fluid Mech. 2018. № 847. P. 266–285 <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.328>

9. Thompson P.A. A fundamental derivative in gasdynamics. Phys. Fluids. 1971 Vol.14, № 9. P.1843–1849. <https://doi.org/10.1063/1.1693693>

10. Gori G., Vimercati D., Guardone A. Non-ideal compressible-fluid effects in oblique shock waves *Journal of Physics: Conf. Series*. 2017. №281. P. 012003. DOI:<https://doi.org/10.1017/jfm.2018.328>
11. Smits A.J., Dussauge J.P. *Turbulent Shear Layers in Supersonic Flow*. Second Edition. Springer Science+Business Media, Inc. 2006. 410 p. ISBN 0387261400.
12. Reynolds O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proceedings of the Royal Society of London*. 1895. Vol. 56 P. 40-45. <https://doi.org/10.1098/rsta.1895.0004>
13. Rankine W.J.M. On the thermodynamic theory of waves of finite longitudinal disturbance, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*. 1870. №160. P. 277–288. <https://doi.org/10.1098/rstl.1870.0015>
14. H. Hugoniot. Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (première partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (first part)], *J. l'École Polytechnique* (in French). 1887. № 57. P. 3–97.
15. Hugoniot H. Mémoire sur la propagation des mouvements dans les corps et spécialement dans les gaz parfaits (deuxième partie) [Memoir on the propagation of movements in bodies, especially perfect gases (second part)], *J. l'École Polytechnique*. 1889. № 58. P. 1–125.

Отримано 28.01.2025

Received 28.01.2025

Прийнято до друку 10.05.2025
Accepted for publication 10.05.2025